MASTER
NEGATIVE
NO. 92-80448-2

MICROFILMED 1992

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES/NEW YORK

as part of the
"Foundations of Western Civilization Preservation Project"

Funded by the
NATIONAL ENDOWMENT FOR THE HUMANITIES

Reproductions may not be made without permission from
Columbia University Library

COPYRIGHT STATEMENT

The copyright law of the United States -- Title 17, United States Code -- concerns the making of photocopies or other reproductions of copyrighted material...

Columbia University Library reserves the right to refuse to accept a copy order if, in its judgement, fulfillment of the order would involve violation of the copyright law.

AUTHOR:

PALAGYI, MENYHERT

TITLE:

NEUE THEORIE DES RAUMES...

PLACE:

LEIPZIG

DATE:

1901

Master Negative #

92-80448-2

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
PRESERVATION DEPARTMENT

BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record

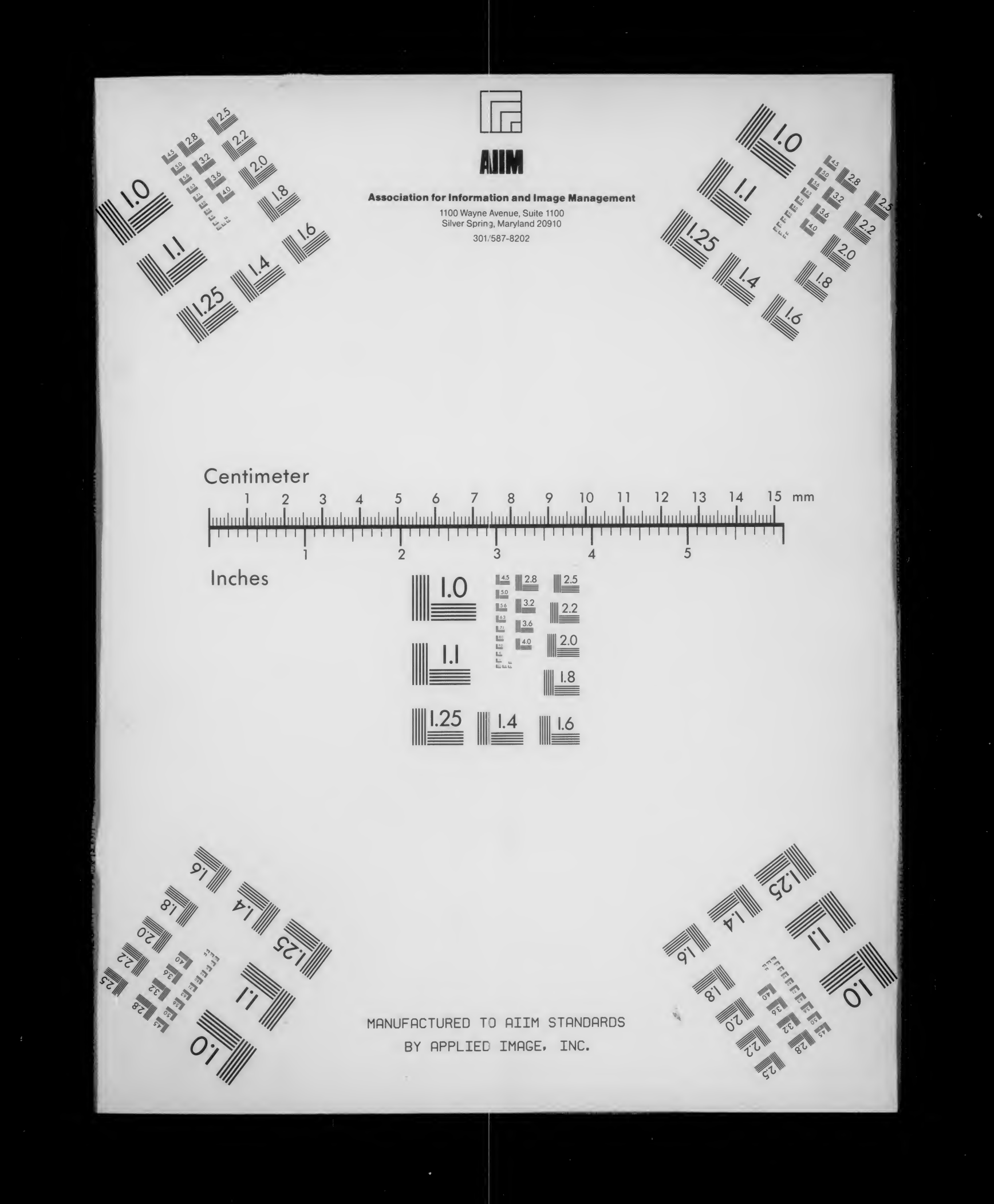
114 P17
Palágyi, Menyhért, 1859-1924.
Neue theorie des raumes und der zeit; die grundbegriffe einer metageometrie.
Leipzig 1901. 0. 11 + 48 p.

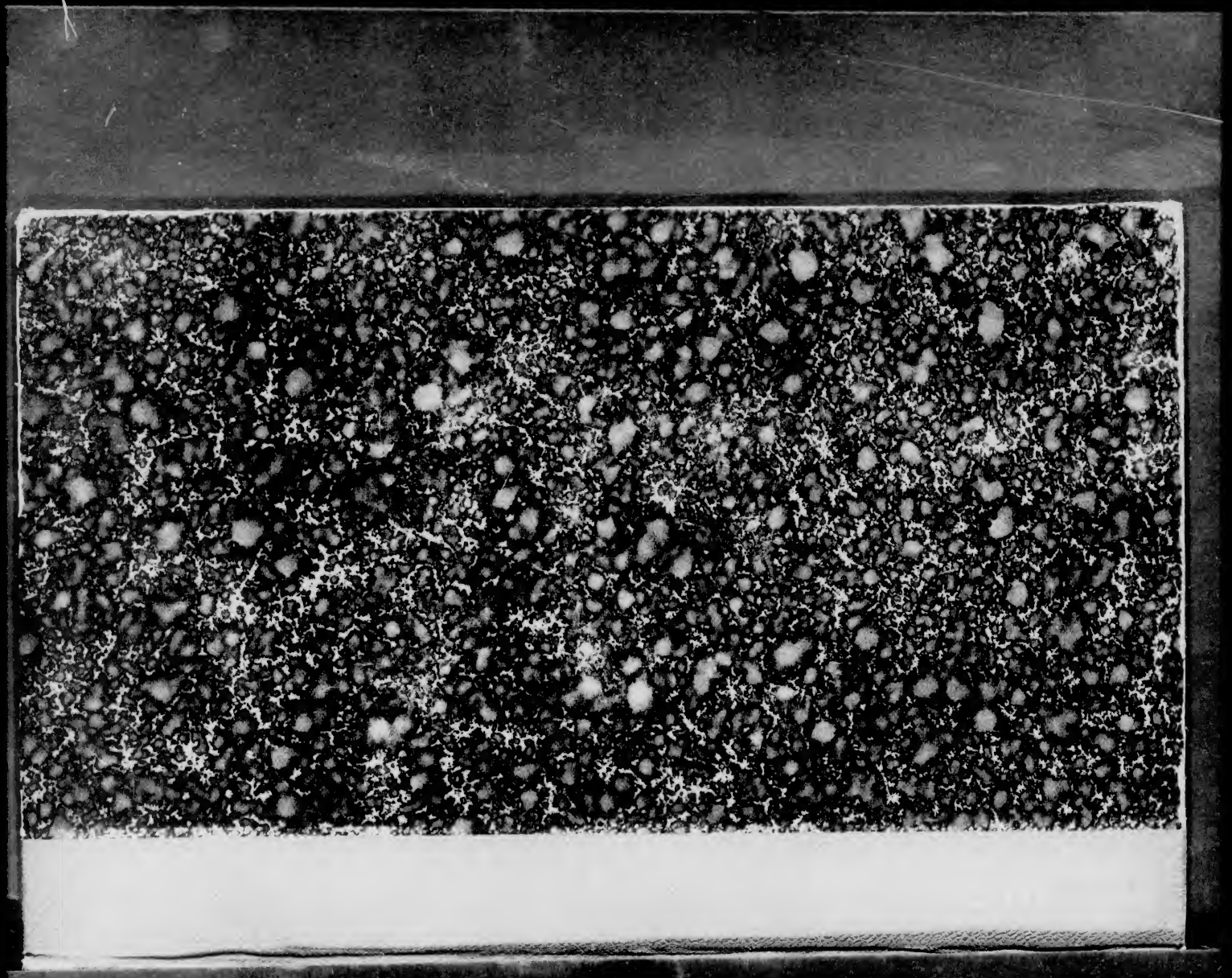
95268

Restrictions on Use:

TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35m REDUCTION RATIO: 11X
IMAGE PLACEMENT: IA (IIA) IB IIB
DATE FILMED: 2/12/92 INITIALS RD
FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT


AIIM
Association for Information and Image Management
1100 Wayne Avenue, Suite 1100
Silver Spring, Maryland 20910
301/587-8202
Centimeter
Inches
MANUFACTURED TO AIIM STANDARDS
BY APPLIED IMAGE, INC.



114 P17

Columbia University
in the City of New York
Library

Special Fund
1901
Given anonymously

Neue Theorie des Raumes und der Zeit

Die Grundbegriffe einer Metageometrie

von

Dr. Melchior Palágyi

Leipzig
Verlag von Wilhelm Engelmann
1901.

Alle Rechte vorbehalten.

Vorwort.

Ich erlaube mir im Folgenden eine Einheitslehre vom Raume und der Zeit zu entwickeln, die sich von den herrschenden Anschauungen über Raum und Zeit wesentlich unterscheidet, und die mir aus einer Verbindung von erkenntnistheoretischen und geometrischen Betrachtungen erwachsen ist. Es ist vielleicht zweckmäßig, eine Skizze dieser Betrachtungen vorauszuschicken und die eigentliche Theorie vom Raume nachfolgen zu lassen, weil die innere Geschichte eines Gedankens dazu beitragen kann, den Gedanken selbst in ein helleres Licht zu setzen.

Den Ausgangspunkt meiner erkenntnistheoretischen Überlegungen bildete die allgemein gemachte Wahrnehmung, daß der menschliche Verstand sich bei der Betrachtung der Thatsachen der Erfahrung in die mannigfachsten inneren Widersprüche verwickle. Da nun eine ausführliche Aufzählung aller möglichen Widersprüche des Verstandes nicht durchführbar zu sein scheint, so legte ich mir die Frage vor, ob nicht gewisse Haupttypen derselben unterscheidbar wären, und was noch wichtiger ist, ob nicht ein allgemeinster innerer Widerspruch des Verstandes zu finden wäre, als dessen spezielle Fälle sich alle möglichen Selbstwidersprüche des Denkens nachweisen ließen. Dieses Streben, die Quelle aller möglichen inneren Widersprüche des Verstandes zu ergründen, führte mich zu dem eigentümlichen Resultat, daß die sogenannten Selbstwidersprüche des Verstandes aus dem Baue der menschlichen Sprache abzuleiten sind.

OCT 1 - 1901 Stechert. 16 f. 30

315417

Hier berührte sich mein Gedankengang mit dem der englischen Empiristen, um jedoch bald in eine Opposition gegen dieselben umzuschlagen. Was Baco von Verulam betrifft, scheint er mir ein höchst beredter Ankläger — aber eben nur ein Ankläger — der menschlichen Sprache zu sein. In seiner bekannten Einteilung der Irrtümer unseres Verstandes fällt das Hauptgewicht auf die dritte Klasse derselben (»idola fori«), auf die Irrtümer, die aus dem Gebrauche der Worte entstehen. So hochbedeutsam auch sein Ankämpfen gegen alle unfruchtbare scholastische Wortphilosophie sein mag, war es ihm doch nicht daran gelegen, eine eingehende Untersuchung aller jener Gefahren zu liefern, die aus dem Gebrauche der Worte für den menschlichen Verstand erwachsen. Es ist gewiß seinem Einflusse zuzuschreiben, wenn Locke das dritte Buch seines Versuches über den menschlichen Verstand ganz der Untersuchung der Worte widmet und nicht müde wird, die verschiedensten Mißhelligkeiten zu besprechen, die aus dem »Mißbrauch« der Worte entstehen. So fein aber auch seine einzelnen Bemerkungen über die Verwirrung, die aus dem Gebrauche der Worte hervorgehen, sein mögen: so ist es doch nicht die Art dieses biederen Denkers, die Quelle aufzudecken, aus der alle innere Verwirrung des Denkens durch die Sprache entspringt. Schließlich weiß er doch nichts anderes, als uns den praktischen Rat zu erteilen, daß wir bestrebt sein mögen, in unserem Denken die Worte beiseite zu schieben und auf die ihnen zu Grunde liegenden Vorstellungen zu achten: ein Ratschlag, der, wie der geistreiche Berkeley polemisch gegen Locke bemerkt, selbst von denjenigen nicht befolgt wird, die ihn am nachdrücklichsten anempfehlen (»Abhandlung über die Prinzipien der menschlichen Erkenntnis«, Einleitung XXIII).

Es ist ein großes und in der neuesten deutschen Philosophie vielfach anerkanntes Verdienst Berkeleys, daß er an

die Stelle der rhetorischen Anklage der menschlichen Sprache bei Baco, und der zersplitterten Reflexionen Lockes über denselben Gegenstand, eine einheitliche Untersuchung setzte und die Quelle aller durch die Sprache verursachten Verirrungen des Verstandes aufzudecken bemüht war. Er fand, daß die scholastische Verirrung der Geister aus dem Glauben entspringe, daß den Worten (Gemeinnamen) abstrakte Vorstellungen (»ideas«) zu Grunde lägen. Mit scharfer Ironie und liebenswürdigem Witz weist er gegen Locke gewendet nach, daß die Abstraktheit der Vorstellung die Vorstellung selbst aufhebt, und gelangt zu der Ansicht, daß es abstrakte Vorstellungen gar nicht geben könne. Wie es aber kommt, daß solche nicht existierende »abstrakte Vorstellungen« doch so ungeheure Verwirrung in den Köpfen der Denker anzurichten vermögen, darauf bleibt uns Berkeley die Antwort schuldig. Wozu gegen Schatten kämpfen, die nicht existieren? Und vermögen Schatten so großes logisches Unheil zu stiften, wie die »abstrakten Vorstellungen«, so sind sie ja, wie es scheint, höchst gefährliche Existenzen, die man durch ein bloßes Leugnen nicht zu überwinden vermag. Berkeley fühlt dies selbst, und er sieht sich bemüßigt, die Existenz von allgemeinen Vorstellungen zuzugeben und nur das Vorhandensein von abstrakten Vorstellungen in Abrede zu stellen. Eine Einzelvorstellung, meint er, wird dadurch zu einer allgemeinen, »daß sie dazu verwendet wird, alle anderen Einzelvorstellungen derselben Art zu repräsentieren oder statt derselben aufzutreten«. Wie man sieht, will Berkeley nur den Einzelvorstellungen Existenz zusichern, und er meint, daß auch die allgemeine Vorstellung nur eine bestimmte Einzelvorstellung sei, die aber dadurch, daß sie an Stelle jeder anderen Einzelvorstellung derselben Gattung treten kann, den Charakter einer allgemeinen Vorstellung gewinnt. Dabei übersieht er aber, daß es hier gerade auf

jenes Verfahren ankommt, wodurch der menschliche Verstand fähig ist, eine bestimmte Einzelvorstellung, z. B. ein bestimmtes Dreieck, als Repräsentanten aller möglichen einzelnen Dreiecke zu benützen. Dieses Verfahren, die Funktion des Verallgemeinerns und Abstrahierens ist es, die zu erklären wäre, und die wir auch in der höchst scharfsinnigen Untersuchung Berkeleys vermissen.

Da nun die Lehre vom Raume und der Zeit davon abhängig ist, welche Auffassung wir von jener Funktion unseres Verstandes haben, die wir Abstrahieren nennen, sei es mir gestattet, meinen Standpunkt in dieser fundamentalen Frage der Erkenntnistheorie kurz zu kennzeichnen. Ich meine, daß eine Thätigkeit des Abstrahierens immer stattfindet, so oft der menschliche Verstand ein Urteil fällt, und daß die Funktion des Urteilens überhaupt mit der Funktion des Abstrahierens zusammenfällt. So oft ich nämlich irgend eine sinnenfällige Thatsache wahrnehme, drücke ich immer diese eine Thatsache durch eine Verbindung von zwei Begriffen (dem Subjekts- und dem Prädikatsbegriff des Satzes) aus. Ich verstehe unter der Funktion des Abstrahierens eben jenes Verfahren des menschlichen Verstandes, vermöge dessen er eine beliebige Thatsache der Erfahrung nicht durch ein sprachliches Zeichen, sondern durch die Verbindung zweier solcher Zeichen zum Ausdrucke bringt. Das ist ja, wie mir scheint, das Wunderbare in aller menschlicher Verstandesthätigkeit, daß sie dasjenige, was uns im wirklichen Sein als Einheit gegeben ist, doch durch eine Zweiheit von sprachlichen Zeichen zur Darstellung bringt. Und ich vermag mich des Eindruckes nicht zu erwehren, daß die Philosophen sich über dieses Verfahren des Verstandes nicht zur Genüge verwundert haben; wenigstens finde ich es schon bei Aristoteles, daß er es wie eine Selbstverständlichkeit hinnimmt, daß ein Urteil, welches doch im Grunde bloß eine Wahrnehmung des

Geistes enthalten soll, doch immer eine duale Gliederung im Aufbaue zeigt.

Es hat beinahe den Anschein, als ob unser Verstand eine ähnliche Organisation hätte wie unsere Sinnlichkeit: wir nehmen ja vermittels zweier Netzhautbilder bloß einen Gegenstand wahr, gerade so wie wir erst durch die Verbindung zweier Begriffe eine Wahrnehmung zu verständiger Darstellung bringen. Während aber die Zweizahl unserer Netzhautbilder (oder auch Tastempfindungen) uns nur in seltenen und abnormen Fällen eine Verdoppelung des wahrgenommenen Gegenstandes vorgaukelt, geschieht es sehr häufig, daß die Zweizahl der Begriffe in einem Verstandesurteil uns dazu verleitet, eine Zweizahl der wahrgenommenen Thatsachen vorauszusetzen. Unser Verstand leidet an der Neigung zu einer falschen Doppelsichtigkeit, die ich ein Flimmern unseres geistigen Auges nennen möchte. Dieses Flimmern besteht nun darin, daß wir die Wortzeichen, mittels welcher wir eine Thatsache darstellen, an die Stelle dieser Thatsache selbst setzen, so daß uns die eine Thatsache verdoppelt erscheint. Im Laufe unseres Denkens geschieht es aber auch oft, daß wir die Einheit der zu Grunde liegenden Thatsache uns von neuem zu Gemüte führen, so daß uns wieder leicht der Schein entsteht, als ob zwei Thatsachen doch nur eine Thatsache ausmachten. So geraten wir von einem inneren Widerspruch in den anderen, und die Anzahl der möglichen Widersprüche unseres Verstandes ist deshalb eine unbegrenzte, weil wir ja bei der Bildung eines jeden neuen Satzes immer wieder der Gefahr des falschen Doppelsehens ausgesetzt sind. Hierin glaube ich die Quelle aller inneren Widersprüche des Verstandes gefunden zu haben. In dem dualen Bau des sprachlichen Satzes liegt es begründet, daß alle unsere Gedanken ohne Ausnahme mit einem inneren Widerspruche behaftet sein können, sobald unser geistiges Auge

zu flimmern beginnt und wir die Dinge mit ihren sprachlichen Zeichen vermischen und verwirren.

Nun fühle ich es aber selbst nur zu sehr, wie skizzenhaft diese Darstellung meines erkenntnistheoretischen Grundgedankens ist. In einer ungarischen Schrift (Az ész törvénye = Das Gesetz des Verstandes) habe ich ihn ausführlich auseinandergesetzt, und muß daher um eine nachsichtige Beurteilung desselben bitten, bis ich meine grundlegende Arbeit auch in deutscher Sprache veröffentlichen kann.

Im Anschlusse an den obigen Gedankengang fand ich, daß auch die herrschende Lehre vom Raume und der Zeit an jener falschen Doppelsichtigkeit unseres Verstandes kränkelt. Wir lassen uns durch die Zweizahl dieser Begriffe hinreißen und werden dazu verleitet, den Raum und die Zeit als zwei selbständige und voneinander unabhängige Anschauungsformen aufzufassen. Bedenken wir jedoch, dass die Natur selbst, wo sie uns irgend eine physische Erscheinung zur Verfügung stellt, dieselbe nie bloß im Raume oder bloß in der Zeit, sondern in beiden Formen zugleich realisiert, so wird es uns bald einleuchten, daß erst unser denkender und an die Sprache gebundener Verstand die einheitliche Raumzeitform in die zwei Formen des Raumes und der Zeit zerlegt. Ich bin also in der folgenden Darstellung einer neuen Theorie des Raumes und der Zeit bemüht, die begriffliche Zweiheit der beiden Formen von ihrer wirklichen Einheit wohl zu unterscheiden und sowohl dieser begrifflichen Dualität als auch der realen Einheit derselben nach Kräften gerecht zu werden. Dadurch ergiebt sich mir die Idee von einem »fließenden Raume«, in der der Raum als ein sich in der Zeit stetig erneuernder aufgefaßt wird.

Ich wurde in dieser Auffassung bestärkt durch die Beschäftigung mit der neueren (projektiven, synthetischen) Geometrie. Der geniale Meister dieser geometrischen Methode,

Jakob Steiner, sagt in der Vorrede zu seinem grundlegenden Werke (Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten voneinander, Berlin 1832), er versuche es, »den Organismus aufzudecken, durch welchen die verschiedenartigsten Erscheinungen in der Raumwelt miteinander verbunden sind«. Durch die Erfassung einiger weniger Grundbeziehungen soll unser Verstand die Herrschaft über die verwickeltesten geometrischen Verhältnisse erlangen können. »Eigenschaften der Figuren (wie z. B. die konjugierten Durchmesser der Kegelschnitte; sechs Punkte oder Strahlen, welche Involution bilden; das mystische Sechseck und Sechsseit; u. s. w.), von deren Vorhandensein man sich sonst durch künstliche Beweise überzeugen mußte, und die, wenn sie gefunden waren, als etwas Wunderbares dastanden, zeigen sich nun als notwendige Folgen der unscheinbaren Eigenschaften der aufgefundenen Grundelemente, und jene sind a priori durch diese gesetzt.« Allerdings verwundert sich heutzutage niemand mehr über diese Methode, die einem jeden Jünger der Geometrie geläufig sein muß; trotzdem, glaube ich, sollten sich die Philosophen noch immer über dieselbe verwundern, und ganz besonders würde es das berühmte »Prinzip der Dualität« resp. »der Reciprocität« in der projektiven Geometrie verdienen, die Aufmerksamkeit der Erkenntnistheoretiker in Anspruch zu nehmen. Für den Geometer ist dieses Prinzip kein Problem, es ist ihm einfach eine Leuchte, die das ganze grenzenlose Reich geometrischer Gestalten beherrscht. Nun setzt aber das Denken des Philosophen gewöhnlich dort an, wo sich das des Spezialforschers mit einem errungenen Besitz bescheidet. Jenes Prinzip der Dualität hat nämlich die Eigentümlichkeit, daß es die geometrischen Lehrsätze verdoppelt, so daß der Gang der Untersuchung stets zu zwei äquivalenten Sätzen führt, von denen der eine durch den anderen bedingt

ist, und die Kenntnis des einen durch eine einfache Transposition der Ausdrücke sofort zur Kenntnis des anderen hinüberleitet, wie dies unter anderen unzähligen Beispielen die parallelen Sätze von Pascal und Brianchon zeigen. Es findet hier förmlich ein geistiges Doppelsehen statt und zwar ein richtiges Doppelsehen von Sätzen, die einander parallel laufen und sich auf reciproke Verhältnisse der Figuren beziehen.

Ich glaube diesen Sachverhalt durch meine Theorie des Raumes und der Zeit seines mystischen Scheines entkleiden zu können. Zwischen Raum und Zeit besteht nämlich eine doppelte logische Beziehung, die ich in den ersten Kapiteln dieser Arbeit auseinandersetze, und diese doppelte Beziehung ist die Quelle jener Duplizität von Sätzen, durch welche sich die synthetische Geometrie auszeichnet. Diese bedient sich bekanntlich zweier Operationen: »des Schneidens« und »des Projizierens«, um zu ihren Sätzen zu gelangen; nun sind aber die zwei Grundoperationen der synthetischen Geometrie nichts anderes als eben jene zwei Grundbeziehungen zwischen Raum und Zeit, die ich festsetze. Der Geometer wird dies ohne weiteres erkennen und dadurch zugleich wahrnehmen, daß die Operation des Projizierens als ein geheimes Hineinschachteln der Zeit in die geometrische Raumbetrachtung aufgefaßt werden kann. Das Projizieren macht es, daß unsere Raumanschauung im Sinne Steiners zu einer dynamischen oder genetischen wird, als ob sie durch den hineingetragenen Zeitstrom belebt würde. Man kann deshalb auch sagen, daß die neuere Geometrie sich zu der Euklidischen verhalte, wie die Dynamik des Galilei zur Statik des Archimedes. Meine Lehre vom Raume und der Zeit hat nun die Bedeutung, daß sie ein Prinzip der Reciprocität zwischen Raum und Zeit feststellt, als dessen spezieller Fall die ganze Reciprocitätslehre der neueren Geometrie zu betrachten ist.

Im übrigen habe ich mich in meiner Arbeit des Mathematisierens enthalten, auch war ich bemüht, alle metaphysische Spekulation zu vermeiden, um meine Theorie womöglich von jeder Parteifarbe frei zu halten. In der zweiten Hälfte der Abhandlung versuche ich es, mir den Weg zu einer Anwendung der Raumzeitlehre auf die Psychologie anzubahnen. Indem ich nämlich eine neue Erklärung des Dimensionsbegriffes gebe, trage ich diesen Begriff in alle psychische Thätigkeit unseres sinnlichen Bewußtseins hinein und gelange dadurch zu einer Klassifikation der psychischen Thätigkeiten auf Grundlage der Anzahl der Dimensionen, in denen sich unser Bewußtsein bethätigt. Auf solche Weise gewinne ich eine klare Unterscheidung der Begriffe des Empfindens, Vorstellens und Wollens, und zwar ist unser Bewußtsein als ein empfindendes, vorstellendes oder wollendes aufzufassen, je nachdem es sich in einer, in zwei oder in drei Dimensionen bethätigt. Ich bin darauf vorbereitet, daß diese Auffassung mancherlei Anfechtungen erfahren wird, doch bitte ich zu berücksichtigen, daß ein endgültiges Urteil über dieselbe erst dann möglich ist, wenn sie in einem Systeme der Psychologie zur ausführlichen Entwickelung gelangt ist.

Zum Schlusse mache ich auch einen Ansatz, meine Raumzeittheorie auf die Lehre von der Bewegung anzuwenden, doch gehe ich über einen geringfügigen Versuch (die gleichförmige Bewegung betreffend) nicht hinaus. Wenn ich nicht irre, führt die duale Einheitslehre vom Raume und der Zeit zu einem Reciprocitätsgesetze in der Physik und Chemie. Dieses allgemeine Naturgesetz darzulegen, muß ich jedoch für eine andere Schrift vorbehalten.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

I. Einleitung 1
§ 1. Die Lehre von Raum und Zeit als allgemeine Erscheinungslehre 1
§ 2. Die notwendige Verbindung von Raum und Zeit . . 1
§ 3. Raum und Zeit gehören zu jenen Begriffspaaren, die in wechselseitiger Abhängigkeit voneinander stehen 3
II. Einheit und Dualität des Raumes und der Zeit . . 5
§ 4. Der Zeitpunkt und der Weltraum 5
§ 5. Der Raumpunkt und der Zeitstrom 8
§ 6. Die zwei Grundbeziehungen zwischen Raum und Zeit 9
III. Über den fließenden Raum 11
§ 7. Verschiedenen Zeitpunkten entsprechen verschiedene Räume 11
§ 8. Der Punkt im fließenden Raume 14
IV. Die Unentwickeltheit unseres Zeitbegriffes 16
§ 9. Weshalb der Zeitstrom durch eine Gerade dargestellt wird? 16
§ 10. Weshalb man dem Zeitstrom nicht irgend eine Richtung zuschreibt? 18
§ 11. Der in sich selbst rotierende Weltenraum 20
V. Dimensionen im fließenden Raume 22
§ 12. Der Zeitstrom liefert den Typus einer Dimension . . 22
§ 13. Das psychische Phänomen des Verdeckens 25
§ 14. Das einfache Identifikationsurteil 27
VI. Die Dreizahl der Raumdimensionen 29
§ 15. Beziehung zwischen Zeit- und Raumdimension . . . 29
§ 16. Das Bewußtsein in einer Dimension 31
§ 17. Das Bewußtsein in zwei Dimensionen 34
§ 18. Das Bewußtsein in drei Dimensionen 38
VII. Ruhe und Bewegung im fließenden Raume 43
§ 19. Die gleichförmige Bewegung im fließenden Raume . 43
§ 20. Ausblick 48

I. Einleitung.

§ 1. Die Lehre von Raum und Zeit als allgemeine Erscheinungslehre.

Alles, was wir vermittels unserer sinnlichen Werkzeuge wahrzunehmen vermögen, stellt sich uns als Erscheinung im Raume und in der Zeit dar, und wir lassen überhaupt nur das raum-zeitlich sich Darstellende als physische Erscheinung gelten. Da nun einer jeden physischen Erscheinung notwendig räumliche und zeitliche Bestimmtheit zukommt, wird die Lehre von Raum und Zeit in allen Wissenschaften, die sich mit der sinnlichen Erscheinungswelt befassen, kurz in allen Naturwissenschaften, Anwendung und Geltung finden können. Die Lehre von Raum und Zeit ist eben nichts anderes als allgemeine Erscheinungslehre, und die Prinzipien, die sie entwickelt, müssen für alle Erscheinungen, seien sie mechanischer, physikalischer, chemischer oder physiologischer Natur, in gleichem Maße gültig sein. Sie ist eine Prinzipienlehre der Naturwissenschaften und kann füglich auch eine Logik derselben genannt werden. Wenigstens will ich hier nur in diesem Sinne von ihr sprechen.

§ 2. Die notwendige Verbindung von Raum und Zeit.

So selbstverständlich es zu sein scheint, muß es doch gleich im Beginne unserer Untersuchung über Raum und Zeit eindringlichst betont werden, daß es keine sinnlichen Erscheinungen giebt, die sich bloß im Raume oder bloß

in der Zeit darstellen würden. Was irgendwo unseren Sinnen zugänglich sein soll, muß auch irgendwann erscheinen, und umgekehrt muß das irgendwann Erscheinende auch irgendwo auffindbar sein. Kurz: die räumliche und die zeitliche Bestimmtheit einer Erscheinung vermag der menschliche Verstand wohl voneinander zu unterscheiden: in der wirklichen sinnlichen Erfahrung treten jedoch beide Bestimmtheiten in notwendiger Verbindung miteinander auf. Da aber für die raum-zeitliche Bestimmtheit zwei Worte (Raum und Zeit) zur Verfügung stehen, so geschieht es leicht, daß wir an die Stelle der zwei Worte zwei unabhängige Wesenheiten setzen. Die Lehre von Raum und Zeit laboriert an diesem scholastischen Irrtum, und auch die tiefsinnige Kantsche Theorie ist von demselben nicht freizusprechen. Kant erklärt bekanntlich den Raum und die Zeit für zwei Formen, a priori, unserer reinen Anschauung, ohne jedoch irgendwo zu betonen, daß diese zwei Formen im Grunde bloß eine Form ausmachen. Nun kann aber bei der wirklichen Wahrnehmung von sinnlichen Erscheinungen nie bloß eine jener beiden Formen zur Anwendung gelangen, weil es sonst Erscheinungen geben müßte, denen eine bloß räumliche oder bloß zeitliche Natur zukommt. Da also — um die Kantschen Termini zu behalten — beide Anschauungsformen in der wirklichen Wahrnehmung stets im Vereine wirken, so bethätigen sie sich im Grunde genommen so, als ob sie bloß eine Form ausmachen würden. Allerdings ist der Verstand fähig, die räumliche Determination einer Erscheinung von ihrer zeitlichen Determination zu sondern, doch ist es von großer Wichtigkeit, nachzuweisen, daß es unmöglich ist, einen Begriff vom Raume ohne Mithülfe des Zeitbegriffes zu bilden, und auch umgekehrt der Zeitbegriff nicht ohne Mithülfe des Raumbegriffes zu stande kommen kann.

§ 3. Raum und Zeit gehören zu jenen Begriffspaaren, die in wechselseitiger Abhängigkeit voneinander stehen.

Man denkt sich den Raum aus Teilen bestehend, und es kommt diesen Teilen das notwendige Merkmal der Gleichzeitigkeit zu. Würden wir versuchen, dieses Merkmal fallen zu lassen, so ginge uns der Raumbegriff verloren. Wir vermögen keinen Raum zu denken, dessen Teile nicht gleichzeitig bestehen; und kann sich jemand vorstellen, daß die Teile des Raumes zeitlich aufeinander folgen, dann ist es eben um so gewisser, daß sein Raumbegriff am Leitfaden des Zeitbegriffes entstanden ist. Es erleidet also keinen Zweifel, daß der Begriff eines Raumes ohne das Hineinspielen des Zeitbegriffes niemals konstruiert werden kann. Von diesem Hineinspielen der Zeit in den Raum macht übrigens der Geometer immer Gebrauch, so oft er z. B. die Linie durch die Bewegung eines Punktes, die Fläche durch die Bewegung einer Linie entstehen läßt. Auch die Methode der Projektion ist, wie wir sehen werden, nichts anderes als ein verstecktes Hineinspielen des Zeitbegriffes in die Raumbetrachtung.

Umgekehrt nimmt der Raumbegriff unvermeidlichen Anteil an der Bildung des Zeitbegriffes. Wir denken uns nämlich die Zeit als fließend, und zwar in solcher Weise fließend, daß, welchen Punkt im Raume wir auch annehmen mögen, alle Teile der Zeit durch diesen Raumpunkt hindurchfließen müssen. Würden wir versuchen, dieses Merkmal fallen zu lassen, so ginge uns der Zeitbegriff verloren. Wir vermögen uns den Zeitstrom nicht so vorzustellen, daß ein Intervall desselben zwar durch den Raumpunkt A hindurchfließe, aber ein anderes Intervall desselben nicht mehr durch A, sondern sagen wir bloß durch den Raumpunkt B flösse. Glaubt aber jemand, daß er sich wohl einen Zeitstrom vorstellen kann,

dessen einzelne Intervalle bald da, bald dort im Weltenraume auftauchen würden, so ist es nur um so gewisser, daß er des Raumbegriffes bedarf, um den Zeitbegriff konstruieren zu können. Übrigens ist ja bekanntlich der Zeitbegriff so sehr an den Raumbegriff gebunden, daß wir den Zeitstrom gar nicht anders als durch eine gerade Linie zu versinnlichen vermögen. Ja, wir messen die Zeit geradezu an einer gleichförmigen Bewegung, also an einer zurückgelegten Raumstrecke.

Ich muß nun hier bemerken, um auf einen allgemeineren Standpunkt hinzuweisen, daß Raum und Zeit nicht das einzige Begriffspaar des menschlichen Verstandes sind, die eine solche wechselseitige Abhängigkeit zeigen. Eine ganz ähnliche wechselseitige Abhängigkeit ergiebt sich auch bei der Untersuchung der Begriffspaare, wie: Erscheinung und Substanz, Wissen und Sein, Geist und Natur, Subjekt und Objekt, Freiheit und Notwendigkeit, Ursache und Wirkung, Kraft und Materie, Individuum und Gattung etc. etc. Es müßte demnach dieser Lehre von Raum und Zeit eine allgemeine Untersuchung aller jener Begriffspaare des menschlichen Verstandes vorangehen, weil eine solche erkenntnistheoretische Diskussion der Begriffspaare überhaupt ein intensives Licht auf die spezielle Lehre von Raum und Zeit verbreiten würde. Doch will ich es versuchen, den umgekehrten Weg zu gehen und aus speziellen Betrachtungen über Raum und Zeit zu den allgemeinen Prinzipien der Lehre von den Begriffspaaren vorzudringen.

Unsere nächste Aufgabe wird sein, jenen Anteil zu prüfen, den der Zeitbegriff an der Bildung des Raumbegriffs (und vice versa) nimmt. Denn da — wie wir gesehen — der eine Begriff nicht ohne den anderen gebildet werden kann, so kann weder der eine noch der andere Begriff für sich abgesondert erklärt werden, sondern erst ihre wechselseitige Beziehung

kann ihre beiderseitige Bedeutung klarlegen. Eine abgesonderte Untersuchung der zwei Begriffe muß notwendigerweise zu bloßen scholastischen Spitzfindigkeiten führen, weil sie einerseits die gegenseitige Abhängigkeit der beiden Begriffe in künstlicher oder unbewußter Weise verhüllen muß, andererseits aber der allgemeinen Thatsache nicht Rechnung trägt, daß in jeder wirklichen Wahrnehmung von sinnlichen Erscheinungen die räumliche und die zeitliche Bestimmtheit in notwendigem Vereine miteinander auftreten.

Erfahrung und Logik fordern also mit gleicher Entschiedenheit, daß wir vor allem mit möglichster Klarheit festsetzen, in welcher Weise sich die Begriffe von Raum und Zeit wechselseitig durchdringen.

II. Einheit und Dualität des Raumes und der Zeit.

§ 4. Der Zeitpunkt und der Weltraum.

Um das Hineingreifen des Zeitbegriffes in den Raumbegriff zu untersuchen, erscheint es zweckmäßig, ein elementares Intervall der Zeit mit dem Raume in Verbindung zu setzen. Es bleibt dem Leser dabei freigestellt, unter dem elementaren Zeitintervall einen mathematischen Zeitpunkt von der Größe $= 0$, oder aber eine äußerst kleine Zeitstrecke, die sich der 0 beliebig annähert, zu verstehen. Ich muß diese Wahl freigeben, weil eine Diskussion der Frage, ob der Begriff eines mathematischen Zeitpunktes ein berechtigter, d. h. ob ein ausdehnungsloser Zeitmoment thatsächlich denkbar sei, mich von meinem Gegenstande ablenken würde. Für die Ergebnisse dieser Untersuchung wird es übrigens gleichgültig sein, für welche der bezeichneten zwei Bedeutungen man sich immer entscheiden möge. Ich für

meinen Teil denke im Folgenden an ausdehnungslose, d. h. mathematische Zeitpunkte, und werde in ähnlichem Sinne auch von mathematischen Raumpunkten sprechen.

Wir bringen also den Raum in Beziehung zu einem Zeitpunkte, am besten zum Jetztpunkte, den ich mit t_0 bezeichne. Wie schon oben betont, müssen wir alle Teile oder — was gleichwertig ist — alle Punkte des Raumes als gleichzeitig vorhanden uns vorstellen. Sind also a, b, c etc. verschiedene Punkte des Raumes, so müssen sie alle in dem Zeitpunkte t_0 zugleich vorhanden gedacht werden. Auch die umgekehrte Ausdrucksweise ist zulässig, und wir können füglich sagen, daß der Zeitpunkt t_0 in allen Punkten des Raumes gegenwärtig ist. Bildlich gesprochen, beherrscht der Zeitpunkt t_0 den ganzen Weltenraum, oder in umgekehrter Ausdrucksweise, alle Punkte des Raumes huldigen einem Herrscher, und zwar dem Jetztpunkte der Zeit, t_0. Der logische Dienst also, den der Begriff des Zeitpunktes bei der Bildung des Raumbegriffes leistet, ist nunmehr klargelegt:

Die Mannigfaltigkeit aller Raumpunkte schließt sich in dem Zeitpunkte zu einer einheitlichen Totalität zusammen. Oder umgekehrt ausgedrückt: Der Zeitpunkt entfaltet sich in allen Raumpunkten zu dem unendlichen Weltenraume.

Dieser Satz zeigt nun zur Genüge, daß es völlig unmöglich ist, den Raumbegriff ohne Mithülfe des Zeitbegriffes zu konstruieren. Was den Raum zum Raume macht, daß wir nämlich seine Teile in eine Einheit zusammenfassen, geschieht eben vermittels des Zeitpunktes, so daß man den Zeitpunkt definieren kann als die Einheit des Weltenraumes, und umgekehrt den Weltenraum auffassen kann als die endlose Entfaltung eines Zeitpunktes.

Um dieses Verhältnis von Zeitpunkt und Weltraum anschaulicher zu machen, ist es zweckmäßig, auf einige Analogien aus anderen Denkgebieten hinzuweisen. Wir denken uns z. B. alle Eigenschaften eines Körpers in seiner Substanz in eine Einheit verbunden, so daß die Substanz als die Einheit aller dieser Eigenschaften, hinwieder diese Eigenschaften als die Entfaltungen jener Substanz aufgefaßt werden können. Noch passender dürfte hier eine geometrische Analogie ihre Stelle finden. Alle Geraden, die durch einen Punkt gehen, bilden ein Strahlenbündel, und die Einheit dieses Bündels wird eben durch den gemeinsamen Punkt, hinwieder die Entfaltung des Bündels durch alle Strahlen desselben dargestellt. Wir dürfen also mit einer geometrischen Metapher sagen: alle Raumpunkte schneiden sich in einem gemeinsamen Zeitpunkte, oder alle Raumpunkte sind Ausstrahlungen, Projektionen, eines Zeitpunktes.

Wenn aber auch diese Analogien dem Physiker oder Geometer mundgerecht sein sollten, den Logiker befriedigen sie nicht, und er fordert geradezu, daß man präcise auf jene bestimmte Denkfunktion hinweisen möge, durch welche der Zeitpunkt mit dem Weltraum stets in Beziehung gesetzt wird. Dieser Forderung ist aber leicht zu genügen, denn überall, wo ein Mannigfaltiges in eine Einheit zusammengefaßt wird, findet jene Denkfunktion statt, die in der Logik mit Urteil bezeichnet wird und sprachlich sich im Satze darstellt. Man nimmt dann gewöhnlich das Einheitliche zum Subjekt und drückt das Mannigfaltige in Form von einem oder mehreren Prädikaten aus. So nimmt man z. B. die Substanz eines Körpers zum Subjekt eines Satzes und weist den Eigenschaften die Rolle von Prädikaten zu. In unserem Falle wird dann der Zeitpunkt die Stelle des Subjektes, der Weltraum die Stelle des Prädikates einnehmen, und wir erhalten den Satz: Der Zeitpunkt ist der Weltraum. In ähnlichem Sinne sagt z. B. der Geometer: Der Punkt ist ein Strahlenbündel.

§ 5. Der Raumpunkt und der Zeitstrom.

Wir gehen nunmehr zur umgekehrten Aufgabe über und wollen das Hineinspielen des Raumbegriffs in den Zeitbegriff einer näheren Prüfung unterwerfen. Zu diesem Zwecke setzen wir den Raumpunkt mit dem Zeitstrom in Verbindung. Wir gehen am besten von dem Hier-Punkte (Anfangspunkt irgend eines Koordinatensystems) aus und bezeichnen ihn mit O. Wie schon oben betont, müssen wir alle Intervalle der Zeit oder — was gleichwertig ist — alle Punkte der Zeit als durch den Raumpunkt O hindurchfließend uns vorstellen. Sind also t_0, t_1, t_2 ... etc. aufeinander folgende Punkte des Zeitstroms, so müssen sie alle durch den Raumpunkt O ziehen. Auch die umgekehrte Ausdrucksweise ist zulässig, und wir können füglich sagen, der Raumpunkt O erhalte sich über alle Punkte des durch ihn gleitenden Zeitstroms. Bildlich gesprochen, beherrscht der Raumpunkt O den ganzen Zeitstrom, oder in umgekehrter Ausdrucksweise, alle Punkte des Zeitstroms huldigen einem Herrscher, und zwar dem Hier-Punkte des Raumes O. Der logische Dienst also, den der Begriff des Raumpunktes bei der Bildung des Zeitbegriffs leistet, ist nunmehr klargelegt.

Die Mannigfaltigkeit aller Zeitpunkte schließt sich in dem Raumpunkte zu einer einheitlichen Totalität zusammen. Oder umgekehrt ausgedrückt: Der Raumpunkt entfaltet sich in allen Zeitpunkten zu dem unendlichen Zeitstrom.

Dieser Satz zeigt nun zur Genüge, daß es völlig unmöglich ist, den Zeitbegriff ohne Mithülfe des Raumbegriffs zu konstruieren. Was die Zeit zur Zeit macht, daß wir nämlich ihre Teile in eine Einheit zusammenfassen, geschieht eben vermittels des Raumpunktes, so daß man den Raumpunkt definieren kann als die Einheit des Zeitstromes, und umgekehrt

den Zeitstrom auffassen kann als die endlose Entfaltung eines Raumpunktes.

Ich befleißige mich hier vorsätzlich, alle Stilwendungen des vorigen Paragraphen zu wiederholen, denn auf solche Weise dürfte der Leser am nachdrücklichsten auf den durchgängigen Parallelismus der beiden Ausführungen aufmerksam werden. Auch hier ist also jene Denkthat, vermittels welcher wir den Raumpunkt zu dem Zeitstrom in Beziehung setzen, nichts anderes als ein logisches Urteil; und auch hier werden wir, wenn wir den Raumpunkt an die Stelle des Subjekts, den Zeitstrom an die Stelle des Prädikates im Urteil setzen, den analogen Satz erhalten: Der Raumpunkt ist der Zeitstrom.

§ 6. Die zwei Grundbeziehungen zwischen Raum und Zeit.

Wir haben nunmehr zwei Grundbeziehungen zwischen Raum und Zeit gewonnen. Sie lauten in aller Kürze:

α) Der Zeitpunkt ist der Weltraum.
β) Der Raumpunkt ist der Zeitstrom.

Beide Grundbeziehungen sprechen in eindringlichster Weise dasjenige aus, was wir wohl als Einheit von Raum und Zeit bezeichnen dürfen. Auffallend ist jedoch die Zweizahl dieser Beziehungen, so daß wir nunmehr das Verhältnis der beiden näher in Augenschein nehmen müssen.

In der Beziehung α) gehen wir vom Raumbegriffe aus und gelangen durch das Zusammenfassen aller Raumpunkte in eine Einheit zu dem Begriffe des Zeitpunktes. Der Raum ist das primum, der Zeitpunkt das secundum unseres Denkens, was aber sprachlich umgekehrt zum Ausdruck gelangt, indem das secundum die Stelle des Subjekts, das primum die Stelle des Prädikates einnimmt.

In der Beziehung β) gehen wir vom Zeitbegriffe aus und

gelangen durch das Zusammenfassen aller Zeitpunkte in eine Einheit zu dem Begriffe des Raumpunktes. Hier ist, umgekehrt wie im obigen Falle, die Zeit das primum, und der Raumpunkt das secundum unseres Denkaktes. Der sprachliche Ausdruck aber vertauscht auch hier das primum und secundum unseres Denkens.

Die Thatsache, daß wir die Einheit von Raum und Zeit durch zwei Grundbeziehungen auszudrücken vermögen, nenne ich die Dualität von Raum und Zeit. Diese Dualität ist die Quelle des Dualitätsgesetzes in der projektiven (synthetischen oder neueren) Geometrie. Das wechselseitige Ineinanderspielen des Raum- und des Zeitbegriffes ist der nächste Grund davon, daß wir z. B. parallele Lehrsätze für Punktreihen und Strahlbüschel in der ebenen Geometrie erhalten. Den tiefsten Grund dieser wunderbaren Thatsache kann nur eine allgemeine Theorie der Begriffspaare enthüllen, und ich gedenke eine solche Theorie in meiner »Grundlegung der Philosophie« zu liefern.

In dem Zusammenhange der gegenwärtigen Spezialuntersuchung erwächst für uns zunächst die Frage, ob in den allgemein gangbaren populären sowie wissenschaftlichen Anschauungen über Raum und Zeit beide Grundbeziehungen α) und β) des Raum- und Zeitbegriffes in gleicher Weise zur Geltung gelangen, oder ob etwa die eine Grundbeziehung die andere in den Schatten stellt, und was gleichfalls nicht ausgeschlossen ist, ob beide Grundbeziehungen sich wechselseitig beengen und verwirren, so daß unser zeit-räumliches Bewußtsein entweder einseitig entwickelt wäre oder gar an innerlicher Verworrenheit leiden würde?

Der Geometer zumindest wird diese Frage für vollauf berechtigt halten, denn er erinnert sich an jene einseitige Raumanschauung, wo die Gerade zwar als Punktreihe, jedoch der Punkt noch nicht als Strahlenbüschel aufgefaßt wurde.

Bekanntlich hat erst Poncelet unsere geometrische Anschauung von der gewohnheitsmäßigen Einseitigkeit befreit und hierdurch die geometrische Forschung in neue Bahnen gelenkt. Es fragt sich also, ob wir uns in Bezug auf unser raum-zeitliches Bewußtsein nicht von einer ähnlichen Einseitigkeit zu befreien haben?

III. Über den fliefsenden Raum.

§ 7. Verschiedenen Zeitpunkten entsprechen verschiedene Räume.

Im Sinne der ersten Grundbeziehung fassen wir alle Raumpunkte in dem Jetztpunkte der Zeit (t_0) zusammen. Ich nenne nun den Weltraum, insofern er dem Jetztpunkte t_0 entspricht, den Jetztraum und bezeichne ihn mit R_0. Wenn also im Verlaufe der Zeit an die Stelle des Jetztpunktes t_0 neue Jetztpunkte t_1, t_2, t_3, ... etc. treten, so werde ich mit logischer Berechtigung sagen können, daß jedem derselben auch ein neuer Jetztraum, etwa R_1, R_2, R_3, ... etc. entspricht. Auf solche Weise gelange ich zu dem Begriffe einer stetigen Reihe von Räumen, die ich in ihrer Gesamtheit als fließenden Raum bezeichne.

Dieser neuen Auffassung steht unsere angewohnte Ansicht von dem einen »stehenden Raume« gegenüber, und man wird vielleicht von dem Begriff dieses stehenden Raumes ausgehend den Begriff des fließenden Raumes bekämpfen wollen. Ich weise jedoch auf die Grundbeziehung α) zwischen Zeitpunkt und Weltraum hin, welche eben die Identität von Zeitpunkt und Weltraum ausspricht. Wird nun der Zeitpunkt ein anderer, so habe ich die logische Berechtigung, auch von einem anderen Weltraume zu sprechen. Es ist also nur eine logische Folge aus der klar erkannten Grund-

beziehung zwischen Raum und Zeit, daß wir zu der Bildung eines Begriffes von dem fließenden Raume fortschreiten müssen.

Keineswegs behaupte ich, daß wir diesen fließenden Raum anzuschauen vermögen. Was man nämlich unter Anschauung gemeinhin versteht, ist eben nichts anderes als eine unmittelbare Anschauung im Jetztpunkte der Zeit. Vergangenes oder Zukünftiges vermögen wir nicht unmittelbar (d. h. in aktueller Weise) anzuschauen, und eben deshalb sind wir ja gezwungen, einen Unterschied zwischen der Gegenwart einerseits und Vergangenheit (resp. Zukunft) andererseits zu machen. Wie es nun der Wirklichkeit zuwiderläuft, zu sagen, daß wir Vergangenheit und Zukunft ebenso unmittelbar anzuschauen vermögen wie die Gegenwart, wäre es nicht minder widersinnig, zu behaupten, daß wir uns eine unmittelbare Anschauung von dem fließenden Raume bilden könnten.

Man könnte ferner einwenden, daß die Einführung einer Reihe von Räumen, entsprechend der Folge von Zeitpunkten, leicht zu der Auffassung verleite, daß wir vergangenen und zukünftigen sinnlichen Erscheinungen dieselbe Wirklichkeit, dieselbe Realität, zuschreiben, wie den sinnlichen Eindrücken des Jetztmomentes. Dem gegenüber ist jedoch zu betonen, daß das metaphysische Problem von der Realität des Vergangenen oder Zukünftigen nichts mit dem Begriffe des fließenden Raumes zu schaffen hat. Es steht jedermann frei, dem Vergangenen oder Zukünftigen eine solche Art von Realität oder Irrealität zuzuschreiben, wie es ihm gefällt, und er wird von jedem Standpunkte aus den Begriff eines fließenden Raumes konstruieren können. Es handelt sich uns in dieser Theorie des Raumes und der Zeit um eine allgemeine Erscheinungslehre, und die Frage, was denn in allen sinnlichen Erscheinungen das eigentlich Wirkliche sei,

übt auf unsere Betrachtungen keinen Einfluß. Wir haben die Begriffe von Raum und Zeit mit logischer Konsequenz so auszubilden, daß wir zu den allgemeinsten Prinzipien der sinnlichen Erscheinungswelt vorzudringen vermögen. Nun ist es aber auf den ersten Anblick einleuchtend, daß wir eine weit klarere Einsicht in die sinnliche Ordnung der Erscheinungswelt gewinnen, wenn wir jedem Zeitpunkte einen entsprechenden Raum zuordnen, als wenn wir Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft in denselben stehenden Raum zusammenwerfen, und so einer jeden Verwirrung unserer Eindrücke Thür und Thor öffnen. Gerade die Auffassung von dem stehenden Raume bietet die Möglichkeit, alle Unterschiede momentaner Wirklichkeit und vergangener Erinnerungsbilder oder zukünftiger Hoffnungsphantasmen durcheinander zu mengen; während die Auffassung von dem fließenden Raume zu einem strengen Auseinanderhalten der verschiedenen Zeitintervalle führen muß.

Nichts behindert uns aber, die den einzelnen Zeitpunkten entsprechenden Räume wieder in denselben einen stehenden Raum zusammenfallen zu lassen und so zu unserer angewöhnten Raumauffassung zurückzukehren. Diese Rückkehr liefert uns alsdann eine sehr erwünschte Probe in Bezug auf die Richtigkeit, resp. Fruchtbarkeit unserer Begriffskonstruktionen im fließenden Raume.

Übrigens vermeine ich gar nicht mit der Einführung dieses Begriffes etwas völlig Neues angeregt zu haben. So oft sich jemand an Vergangenes erinnert, oder Zukünftiges vorbereitet, operiert er in einem sogenannten »Phantasieraume«, den er mit dem Jetztraume nicht verwechselt. Nun ist es aber notwendig, allen diesen Erinnerungs- und Phantasieoperationen unseres Geistes, die wir sonst nur schweifend und unsicher durchführen, eine feste und exakte Basis zu sichern, und dies geschieht meiner Ansicht nach am besten,

wenn wir den Begriff eines fließenden Raumes mit möglichster Klarheit entwickeln. Es eröffnet sich uns dadurch die lockende Aussicht, eine mathematische Darstellung auch in solche Gebiete hineintragen zu können, die der exakten Behandlung bisher unzugänglich waren.

§ 8. Der Punkt im fließenden Raume.

Um uns mit dem Begriffe des fließenden Raumes vertraut zu machen, ist es zunächst angezeigt, einen Punkt desselben in Augenschein zu nehmen. Bezeichnen wir also, wie oben, den Jetztraum, der dem Jetztpunkte t_0 entspricht, mit R_0, und benennen wir einen beliebigen Punkt dieses Raumes mit A_0. Schreiten wir nun zu den Zeitpunkten t_1, t_2, t_3, ... etc. der Zukunft vorwärts, so gelangen wir zu den entsprechenden Zukunftsräumen R_1, R_2, R_3, ... etc. In jedem dieser Räume erhalten wir ein dem A_0 entsprechenden Punkt, also eine ganze Reihe von Punkten A_1, A_2, A_3 etc. Wir erkennen nunmehr, daß was uns im stehenden Raume für einen einzigen Punkt A gegolten, sich im fließenden Raume zu einer stetigen Reihe von Punkten entfaltet, die allerdings nicht räumlich, sondern bloß zeitlich unterscheidbar aufeinander folgen und in ihrer Gesamtheit dasjenige darstellen, was wir gemäß unserer alten raumzeitlichen Auffassung die Linie der Zeit nannten. Wir gewinnen demnach den Satz:

Der Punkt im fließenden Raume ist nichts anderes, als die durch ihn geführte Zeitlinie.

Es ist dies aber nichts anderes als ein wenig abgeänderter Ausdruck der Grundbeziehung β) zwischen Raum und Zeit, die wir im vorigen Kapitel feststellten. Wir gingen bei der ersten Begriffskonstruktion des fließenden Raumes von der Grundbeziehung α) aus, und sehen jetzt, daß in dieser Konstruktion auch die Grundbeziehung β) zur völligen Geltung gelangt.

Der Begriff des fließenden Raumes erweist sich als solcher, der beiden Grundbeziehungen in gleicher Weise genug thut. Was aber den Begriff des stehenden Raumes betrifft, so ist er gewissermaßen nur ein Bestandteil unserer erweiterten Begriffsbildung, denn die einzelnen Räume R_0, R_1, R_2, ... etc. müssen ja wenigstens für die Augenblicke t_0, t_1, t_2, ... etc. als stehende Räume angenommen werden. Der alte Raumbegriff geht also unangetastet in den neuen ein, und wir sehen nunmehr, daß er für sich allein weder der ersten, noch auch der zweiten Grundbeziehung zwischen Raum und Zeit in klarer Weise Genüge leisten kann. Diese Unzulänglichkeit des alten Raumbegriffes giebt sich offen darin kund, daß wir ihm die vage Vorstellung von einem Zeitstrom adjungieren müssen, wobei es den Anschein hat, als ob der stehende Raum und die strömende Zeit zwei voneinander völlig unabhängige Existenzen bedeuten würden, und es zu einem unerklärlichen Wunder wird, wieso sie sich beide in unserer wirklichen Anschauung vereinen. Dieses Zerreißen des Raum- und Zeitbegriffes führt überall zu einer dualistischen (d. h. in sich selbst widersprechenden) Natur- und Weltauffassung. Mit dem Begriffe des fließenden Raumes wünsche ich jedoch einer einheitlichen (d. h. in sich selbst konsequenten) Philosophie die Wege zu ebnen.

Wir können die alte, dualistische Anschauung von Raum und Zeit auch so charakterisieren, daß in ihr der Zeitbegriff vernachlässigt erscheint. Unsere gewohnheitsmäßige Anschauung haftet nämlich mit Vorliebe am Raume, oder unserer neuen Auffassung gemäß am Jetztraume, wobei wir geneigt sind zu vergessen, dass dieser Raumbegriff durch das Zusammenfassen seiner Punkte im Jetztpunkte der Zeit entstanden ist. Kurz, wir lassen uns zu sehr durch den gegenwärtigen Augenblick gefangen nehmen und verlieren uns deshalb ganz in eine einseitige Bevorzugung des räumlichen

Anschauens. Wir sind einseitige Realisten. Besinnen wir uns aber auf das Vergangene und Zukünftige, dann begnügen wir uns mit der vagen Idee von einem unsicher schwebenden Zeitstrom, wobei wir im höchsten Grade geneigt sind zu vergessen, daß der Begriff der Zeit durch das Zusammenfassen seiner Punkte in einen Raumpunkt entstanden ist. Wir werden eben zu einseitigen Idealisten. Der vom Raumbegriff losgelöste, unsicher schwebende Zeitbegriff muß aber in diesem entwurzelten Zustande notwendig verkümmern. Um ihn neu zu beleben, müssen wir ihn mit dem Raumbegriff in eine organische Verbindung setzen, und dies geschieht dadurch, daß wir einem jeden Raumpunkte eine durch ihn hindurchgehende Zeitlinie zuordnen. Wir erhalten somit zur Charakterisierung des fließenden Raumes folgende zwei Grundbeziehungen:

α) Jedem Zeitpunkt entspricht ein Weltraum.
β) Jedem Raumpunkt entspricht eine Zeitlinie.

Um nun einen deutlichen Nachweis zu liefern, daß unser gangbarer Zeitbegriff ein unentwickelter ist, werde ich im Folgenden zwei Fragen aufwerfen, deren verständliche Diskussion erst durch Einführung des Begriffes vom fließenden Raume ermöglicht wird.

IV. Die Unentwickeltheit unseres Zeitbegriffes.

§ 9. Weshalb der Zeitstrom durch eine Gerade dargestellt wird?

Die erste dieser beiden Fragen lautet: woher es komme, daß wir den Zeitstrom notwendigerweise durch das Bild einer geraden Linie veranschaulichen müssen? Soweit es mir bekannt ist, war diese Frage noch kein Gegenstand wissenschaftlicher Diskussionen; selbst Kant ließ es bei der

Erwähnung dieser Grundthatsache unserer Zeitanschauung bewenden. Allerdings bietet ihm seine Lehre von der Apriorität der Raum- und Zeitformen auch für die Grundthatsache unserer Zeitauffassung eine Art von Erklärung: man kann nämlich im Kantschen Sinne sagen, daß es eben ein apriorisches Gesetz unserer reinen (von der sinnlichen Erfahrung unabhängigen) Anschauung sei, daß wir die zeitliche Folge der Erscheinungen in dem Bilde einer geraden Linie auffassen müssen. Doch wird sich z. B. der Mathematiker durch eine solche Erklärung kaum sehr befriedigt fühlen. Es ist nämlich eine Eigentümlichkeit der tiefsinnigen Denkweise Kants, daß er zwar die Axiome der Mathematik herbeizieht, um durch ihre Denknotwendigkeit die Apriorität der Raum- und Zeitform zu beweisen, daß er aber den umgekehrten Versuch nicht macht, seine Lehre von der Apriorität des Raumes und der Zeit für die mathematische Betrachtung fruchtbar zu machen. Es ist übrigens auch gar nicht abzusehen, wieso der Mathematiker die Lehre von der apriorischen Erkenntnis für seine Begriffskonstruktionen irgendwie nutzbar machen könnte.

Um nun auf unsere Frage zurückzukommen, nehme ich in dem Jetztraume R_0, der dem Jetztpunkte t_0 entspricht, einen Punkt A_0 an. Indem ich alsdann im Verlaufe der kommenden Zeitpunkte $t_1, t_2, t_3, \ldots$ etc. zu den Räumen $R_1, R_2, R_3, \ldots$ etc. fortschreite, erhalte ich in jedem dieser Räume einen entsprechenden Punkt, also eine ganze stetige Reihe von Punkten $A_1, A_2, A_3, \ldots$ etc. Ich werde diese Punkte auch die Zeitprojektionen des Punktes A_0 nennen, da sie eben in ihrer Gesamtheit die durch A_0 gehende Zeitlinie bilden. Es fragt sich nun, mit welchem Rechte ich diese Zeitlinie eben durch eine Gerade darstelle? In der wirklichen Anschauung nämlich bleibt der Raumpunkt A_0 durch alle Zeiten hindurch derselbe Raumpunkt A_0, und alle

seine Zeitprojektionen A_1, A_2, A_3, ... etc. fallen in der wirklichen Anschauung mit ihm selbst zusammen. Da also die wirkliche (unmittelbare) Anschauung mir nie die Zeitlinie selbst enthüllt, sondern dieselbe stets durch einen einzigen Raumpunkt ersetzt, woher nehme ich die Berechtigung, diese bloß gedachte Zeitlinie für eine ihrer Natur nach gerade zu halten?

Die Antwort ergiebt sich sofort, wenn wir den Grundcharakter einer räumlichen Geraden ins Auge fassen. Nehmen wir an, daß die ganze Punktreihe A_0, A_1, A_2, A_3 etc. im Raume läge, so wird diese Punktreihe als eine Gerade aufgefaßt, sobald es mir gelingt, mein Auge in eine solche Stellung zu ihr zu bringen, daß einer der Punkte alle anderen verdeckt, daß also die ganze Gerade in einen einzigen Punkt zusammenschmilzt. Genau dies ist aber der Fall bei der Zeitlinie. Irgend eine Zeitprojektion A_n verdeckt alle Zeitprojektionen A_{n-1}, A_{n-2} etc. des Punktes, so daß die ganze Zeitlinie in einen einzigen Punkt zusammenschmilzt. Hieraus folgt die Berechtigung, ja die Notwendigkeit, die Zeitlinie in Form einer Geraden darzustellen. Ich werde deshalb von nun an die Zeitlinie, die durch den Raumpunkt A_0 geht, den diesem Punkte zugeordneten Zeitstrahl nennen.

§ 10. Weshalb man dem Zeitstrome nicht irgend eine Richtung zuschreibt?

Wenn man aber den Zeitstrom durch eine gerade Linie darstellt, so fragt es sich weiter, weshalb wir dieser Linie keine Richtung zuschreiben? Eine jede gerade Linie im Raume hat nämlich eine bestimmte Richtung, die wir in einem positiven oder umgekehrt in einem negativen Sinne durchzulaufen vermögen. Was den Zeitstrahl betrifft, kann man ihn zwar gedanklich sowohl im positiven als auch im

negativen Sinne durchlaufen, denn setzen wir z. B. fest, daß die Bewegung von dem Jetztpunkte nach der Zukunft hin als positiv gilt, so wird das Zurückgreifen in die Vergangenheit wohl als negativ gelten müssen; doch von einer Richtung des Zeitstrahls, analog der Richtung von Raumstrahlen, kann, wie jedermann es fühlt, gar keine Rede sein.

Der Grund davon ist, daß wir allen Zeitstrahlen eine gleiche Richtung zuschreiben. Wir denken uns einem jeden Raumpunkte einen Zeitstrahl zugeordnet und betrachten ihre Gesamtheit als ein paralleles System von Strahlen. Da nun Richtungsunterschiede zwischen den Zeitstrahlen nicht vorkommen, so erachten wir es für völlig überflüssig, von einer Richtung derselben zu sprechen.

Es ergiebt sich dann aber die Frage, mit welcher Berechtigung wir die Gesamtheit der Zeitstrahlen für ein paralleles System erklären? Um diese Berechtigung nachzuweisen, nehmen wir im Raume R_0 zwei beliebige Punkte A_0 und B_0 an, die durch die Gerade $(A_0 B_0)$ verbunden werden können. Schreiten wir zu den Räumen R_1, R_2, R_3, ... etc. fort, so erhalten wir die Zeitprojektionen A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3, ... etc. der beiden Punkte; zugleich aber auch die Zeitprojektionen der Geraden $(A_0 B_0)$, die da sind: $(A_1 B_1)$, $(A_2 B_2)$, $(A_3 B_3)$ etc. Diese verschiedenen Zeitprojektionen der Geraden $(A_0 B_0)$ fallen jedoch in der wirklichen Anschauung in eine Gerade zusammen, und sind die Strecken $(A_0 B_0)$, $(A_1 B_1)$, $(A_2 B_2)$ etc. alle einander gleich, weil ja die Punkte A_0 und B_0 des Raumes im Verlaufe der Zeit nie ihre Entfernung verändern. Die Folge davon ist, daß die Zeitstrahlen, die durch die zwei Punkte gehen, immer in gleicher Entfernung bleiben, also einander parallel sind. Der Parallelismus der Zeitstrahlen bedeutet demnach nichts anderes, als daß zwei Punkte des Raumes im Verlaufe der Zeit nie ihre Entfernung verändern können. Dies ist es, was man

die absolute Starrheit des Raumes zu nennen pflegt, und diese absolute Starrheit drückt sich in Bezug auf die Zeit als der Parallelismus der Zeitstrahlen aus. Beide Ausdrücke sind im Grunde gleichbedeutend, und wir überzeugen uns auf solche Weise, daß die Axiome, die auf den Raum Bezug haben, im engsten Zusammenhange mit Axiomen der Zeit stehen, wie dies übrigens aus den dualen Grundbeziehungen zwischen Raum und Zeit in vorhinein hätte gefolgert werden können.

Anmerkung. Die Geraden $(A_0 B_0)$, $(A_1 B_1)$ etc. sind senkrecht zu den Zeitstrahlen, die durch A_0 und B_0 gehen, denn die Projektionen des ersten Zeitstrahles fallen alle in A_0, die des zweiten Zeitstrahles aber alle in B_0. Eben deshalb durften wir in der obigen Auseinandersetzung sagen, daß die Raumstrecken $(A_0 B_0)$, $(A_1 B_1)$ etc. die (senkrechten, normalen) Entfernungen der beiden Zeitstrahlen bezeichnen, und durften aus der Gleichheit dieser Strecken auf den Parallelismus der Zeitstrahlen schließen. — Diese Bemerkung macht uns zugleich darauf aufmerksam, daß wir den Zeitstrahl eines Punktes A_0 senkrecht zu allen Raumstrahlen, die durch A_0 gehen, denken müssen. Der Zeitstrahl bezeichnet also eine vierte, imaginäre Dimension des fließenden Raumes.

§ 11. Der in sich selbst rotierende Weltenraum.

Wir können den Begriff des fließenden Raumes durch einen in sich selbst rotierenden Weltenraum ersetzen; werden aber, wenn wir diesen genau durchdenken, wieder zu dem fließenden Raume zurückgeführt.

Betrachten wir zunächst einen um eine Achse rotierenden kugelförmigen Körper, so finden wir, daß alle seine materiellen Punkte, ausgenommen die der Rotationsachse selbst, in kreisförmiger Bewegung begriffen sind, während doch die

räumlichen Beziehungen dieser Punkte untereinander völlig unverändert bleiben, sobald man nur den Körper als absolut starr annimmt. Dürften wir den Weltenraum als endlich betrachten, dann wäre es auch statthaft, ihn wie einen Kugelraum aufzufassen, der um eine Achse rotiert. In einem solchen Raume wären die Zeitlinien nicht bloß imaginär, sondern wirkliche Raumlinien, und zwar Kreise, deren Ebene die Achse des Kugelraumes unter einem rechten Winkel schneiden würde. In einer solchen endlichen Kugelwelt aber wären nur die Punkte eines Meridiankreises gleichzeitig vorhanden, auch würden gleichen Zeitintervallen ungleiche Zeitbögen entsprechen, für die Achse aber gäbe es überhaupt keine Zeit. Was aber die Hauptsache ist, der Zeitlauf wäre ein periodischer, so daß nach der Beendigung einer Rotation derselbe Zeitpunkt, der einmal statt hatte, wieder zurückkehren müßte. Ein solcher Zeitbegriff widerspricht aber allem dem, was wir unter Zeit verstehen. Daraus ist zugleich ersichtlich, daß ein endlicher Weltraum ein unstatthafter Begriff ist, weil er zu dem Begriffe einer sich selbst wiederholenden Zeit führt. Und so tritt uns selbst aus diesen rein phantastischen Betrachtungen wieder die Grundwahrheit entgegen, daß unsere Zeit- und Raumauffassung in innigster Wechselbeziehung steht, so daß wir keinen Satz in Bezug auf die eine zu formulieren vermögen, ohne einen dual entsprechenden Satz in Bezug auf die andere zu erhalten.

Würden wir z. B. annehmen, daß jener endliche Kugelraum um eine variable Achse rotiert, so würden auch jene Parallelkreise, welche die Zeitlinien darstellen, in Mitleidenschaft gezogen werden, und wir wären dann gezwungen, von Richtungsänderungen der Zeit zu sprechen, in dem Sinne, daß ein Zeitintervall mit dem anderen einen messbaren Winkel bilden könnte. Kurz, eine jede phantastische

Annahme in Bezug auf den Raum muß auch als eine phantastische Hypothese in Bezug auf die Zeit darstellbar sein (und vice-versa).

Setzen wir aber den Radius jenes Kugelraumes $= \infty$, und denken ihn um eine unendlich entfernte Achse in sich selbst rotierend, so werden die Parallelkreise, welche die Zeitlinien darstellen, unendlich groß, und wir kehren dadurch zu den geraden Zeitlinien unserer Begriffskonstruktion eines fließenden Raumes zurück. Diese Begriffskonstruktion ist also in Übereinstimmung mit der Annahme von der Unendlichkeit des Weltenraumes.

Zum Schlusse dieses Kapitels will ich nur bemerken, daß phantastische Annahmen bloß den Zweck verfolgen dürfen, uns zur Erkenntnis des Thatsächlichen zurückzuführen. Je energischer wir es versuchen, die Erscheinungswelt anders vorzustellen als sie sich darbietet, desto heftiger prallt unser Denken von den Thatsachen ab, und desto eindringlicher werden wir auf die wirklichen Verhältnisse der Dinge aufmerksam gemacht. Ich kehre also im nächsten Kapitel zu einer exakten Ausbildung des Begriffes vom fließenden Raume zurück.

V. Dimensionen im fliefsenden Raume.

§ 12. Der Zeitstrom liefert den Typus einer Dimension.

In der alten, zwiespältigen Auffassung von Raum und Zeit ist der Begriff der Dimension mit einer Unklarheit behaftet, die daraus entspringt, daß man den Begriff rein räumlich faßt, und man sich nicht genügend darauf besinnt, daß der Raumbegriff nicht ohne Mitwirkung des Zeitbegriffes gebildet werden kann. Man denkt sich gemeinhin eine Dimension durch eine gerade Linie, als den Träger einer

Punktreihe, anschaulich dargestellt. Nun sollte man es aber nicht außer acht lassen, daß der Begriff einer geraden Linie nicht ohne den Begriff der Zeit zu stande kommen kann. Indem wir nämlich die Gerade ihrer Länge nach überblicken, stellen sich ihre einzelnen Teile als zeitliche Folge von Teilen in unserem Bewußtsein dar. Allerdings haben wir während dieses Überblickens die Überzeugung, daß die zeitlich nacheinander überblickten Teile gleichzeitig existieren; dies ändert jedoch nichts an der Thatsache, daß die wirkliche Wahrnehmung einer geraden Strecke aus einer Zeitfolge von Wahrnehmungsakten besteht, und daß ein zeitloses Überblicken einer Strecke in der unmittelbaren, wirklichen Wahrnehmung völlig unmöglich ist. Wieso es möglich ist, daß der menschliche Verstand eine Mannigfaltigkeit von Eindrücken, die ihm als Zeitfolge gegeben ist, hinterher als eine gleichzeitige, d. h. räumliche Mannigfaltigkeit auffaßt, das ist ein Problem der allgemeinen Bewußtseinslehre, welches ich übergehen muß. Es handelt sich nämlich dabei um die Frage, wie wir dasjenige, was uns bloß in unserem Bewußtsein gegeben ist, zugleich als ein außerhalb unseres Bewußtseins Liegendes erkennen. Das Überblicken einer räumlichen Strecke ist in unserem Bewußtsein bloß als eine Zeitfolge von Akten gegeben, und doch beziehen wir diese Zeitfolge von Akten auf eine räumliche, d. i. gleichzeitige Mannigfaltigkeit, die wir (mit Recht oder Unrecht, was hier nicht von Belang ist) als außerhalb unseres Bewußtseins liegend denken. Wir pflegen das in unserem Bewußtsein Gegebene als subjektiv zu bezeichnen, und nennen dasjenige, was dem subjektiven Inhalt unseres Bewußtseins außerhalb unseres Bewußtseins entspricht, ein objektives. Man müßte also das Begriffspaar von Subjekt und Objekt einer Untersuchung unterwerfen, um die Frage entscheiden zu können, wie wir dazu kommen, die subjektive

d. i. zeitliche Mannigfaltigkeit, die uns in dem Anblick einer Strecke gegeben ist, in eine objektive d. i. räumliche Mannigfaltigkeit, in die Strecke selbst, umzudeuten. Diese tiefste Frage des menschlichen Bewußtseins muß jedoch der allgemeinen Erkenntnistheorie vorbehalten bleiben.

Uns genügt hier die Thatsache, daß wir bei dem wirklichen Wahrnehmen einer geraden Linie des Raumes stets eine zeitliche Mannigfaltigkeit in eine räumliche Mannigfaltigkeit umdeuten. Wenn wir also den Raumstrahl als den Repräsentanten einer Dimension des Raumes betrachten, so kann dies nur deshalb geschehen, weil wir dem Zeitstrom eine Dimension zuschreiben. Als der Typus der einen Dimension wird demnach die Dimension der Zeit gelten müssen, womit wir übrigens nichts anderes sagen wollen, als daß wir zur Wahrnehmung von Raumdimensionen nur durch die Veräußerlichung oder Objektivierung der Zeitdimension gelangen. Der Raum hat nur in Bezug auf die Zeit Dimensionen, und wenn wir dem Raume eine Dreizahl von Dimensionen zuschreiben, so hat diese Dreizahl nur in Bezug auf die Zeit einen Sinn. Allerdings hätten wir auch von der Dimension der Zeit keinen Begriff, würden wir sie nicht auf den Raum beziehen und im Raume veräußerlicht auffassen, aber da die Zeitdimension sich in dieser Veräußerlichung verdreifacht, so ist es nur allzubegreiflich, daß wir bei der Untersuchung des Dimensionsbegriffes von der Zeit, nicht aber vom Raume ausgehen, gerade so wie wir das Zählen nicht mit der Dreizahl, sondern mit der Eins beginnen. — Wir können das Gesagte auch so zusammenfassen, daß Raum und Zeit in der Frage nach der Dimension sich so verhalten, wie der Zähler und der Nenner eines Bruches. Wie nun der Begriff des Bruches keinen Sinn hat ohne die wechselseitige Beziehung des Zählers und des Nenners zu einander, so

verliert auch der Begriff einer Dimension jeden Inhalt, wenn wir die wechselseitige Beziehung von Raum und Zeit außer acht lassen. Also kann der Begriff der Dimension nur in dem fließenden Raume festgesetzt werden, weil ja der fließende Raum nichts anderes ist, als der deutlich gefaßte Ausdruck von der wechselseitigen Beziehung des Raumes und der Zeit. Wie nun ferner der Charakter eines Bruches in erster Reihe durch seinen Nenner bestimmt ist, so wird auch die Frage nach der Dimension in erster Reihe mit Rücksicht auf die Dimension der Zeit zu lösen sein.

§ 13. Das psychische Phänomen des Verdeckens.

Im fließenden Raume wird der durch einen Raumpunkt ziehende Zeitstrahl als die Darstellung einer Dimension gelten müssen. Mit anderen Worten: Die Mannigfaltigkeit von Zeitpunkten, die wir im Raumpunkte zusammenfassen, repräsentiert uns eine Dimension. Die Grundbeziehung β) zwischen Raum und Zeit enthält somit zugleich die Definition des Dimensionsbegriffes.

Erst diese Definition des Dimensionsbegriffes läßt uns den wesentlichen Inhalt desselben erkennen. Es liegt nämlich in unserem Zeitbegriffe, daß der gegenwärtige Augenblick alle vergangenen und alle zukünftigen Momente des Zeitenlaufes in unserem Bewußtsein verdeckt. Gerade dieses Verdecken aber ist der Hauptbestandteil des Dimensionsbegriffes. Unsere Überlegung sagt uns zwar, daß dem Jetzt unendlich viele Zeitpunkte der Vergangenheit vorangegangen sind, und daß ihm unendlich viele Zeitpunkte der Zukunft folgen werden, in unserer wirklichen, unmittelbaren, sinnlichen Wahrnehmung aber ist alle Vergangenheit und alle Zukunft durch den Jetztpunkt der Zeit verdeckt, den wir, weil wir die Beziehung auf den Raum nicht fallen lassen dürfen, in den

Hierpunkt des Raumes verlegen müssen. Der in den Hierpunkt verlegte Jetztpunkt verdeckt in unserer unmittelbaren Wahrnehmung die unendliche Mannigfaltigkeit aller vergangenen und zukünftigen Zeitpunkte. Und dieses Verdecken ist ein notwendiges, ein unausweichliches, denn es ist uns unmöglich, Vergangenes oder Zukünftiges mit sinnlicher Unmittelbarkeit wahrzunehmen. Dies ist in der unwandelbaren Natur unseres menschlichen Bewußtseins begründet, und ist im Grunde nichts anderes als ein Ausdruck der Thatsache, daß wir gezwungen sind, die sinnliche Erscheinungswelt als eine zeitliche aufzufassen. Das Verdecken der Mannigfaltigkeit aller Zeitpunkte durch den Hierpunkt ist aber bloß ein anderer Ausdruck für die Thatsache des Zusammenfassens des Zeitenlaufes in eine Einheit. Es ist nun gut, den Unterschied der beiden Ausdrücke des Verdeckens und des Zusammenfassens je schärfer hervorzuheben. Spreche ich von einem Verdecken aller Zeitpunkte durch den Hierpunkt, so denke ich daran, daß dieses psychische Phänomen unabhängig von meinem Willen, d. h. naturnotwendig stattfindet. Sage ich aber, daß ich alle Zeitpunkte in dem Hierpunkt zusammenfasse, so will ich damit ausdrücken, daß ich dieses Zusammenfassen als eine Denkthat meines Bewußtseins, d. h. in einer Abhängigkeit von meinem Willen, betrachte. Die Denkthat des Zusammenfassens aller Zeitpunkte in den Hierpunkt findet also in dem psychischen Phänomene der Verdeckung eine Anleitung, und zwar eine nötigende Anleitung, der ich in der unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmung nicht auszuweichen vermag. Ich darf demnach das Zusammenfassen aller Zeitpunkte in den Hierpunkt, da es durch die unvermeidliche psychische Verdeckung der Zeitpunkte veranlaßt wird, als ein naturnotwendiges Zusammenfassen aller Zeitpunkte erklären, mithin auch die Dimension der Zeit als die naturnotwendige Grunddimension meines Bewußtseins auffassen. Und da ferner jene Verdeckung immer auf dieselbe Weise geschieht, indem jeder Zeitpunkt ebenso den ganzen Zeitstrahl verdeckt, wie irgend ein beliebiger Vorgänger desselben, und ich in der unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmung keinen Zeitpunkt finde, der einen Teil des Zeitstrahls verdecken und einen anderen Teil nicht verdecken würde, so habe ich damit die Berechtigung gewonnen, dem Zeitstrome eine und nur eine Dimension zuzuschreiben.

§ 14. Das einfache Identifikationsurteil.

Um das psychische Phänomen der Verdeckung der Vergangenheit und Zukunft durch die Gegenwart deutlicher zu fassen, werde ich im Folgenden nicht von bloßen Raum- und Zeitpunkten sprechen, sondern sinnliche Erscheinungen in dem fließenden Raume annehmen, handelt es sich ja schließlich mit der Theorie des Raumes und der Zeit um die Prinzipien einer allgemeinen Erscheinungslehre. Statt also von einem Raumpunkt A_0 zu sprechen, verlege ich in diesen Punkt eine beliebige punktuelle sinnliche Erscheinung, der ich eine bestimmte Dauer in der Zeit zuschreibe. Um diese Vorstellung für die Phantasie zu fixieren, nehme ich in dem Jetztraume R_0 einen, sagen wir, rotleuchtenden Punkt A_0 an, den ich mir bewegungslos denke. Schreiten wir zu den Räumen R_1, R_2 ...., die den Zeitpunkten t_1, t_2 .... entsprechen, fort, so erhalten wir in jedem dieser Räume einen neuen sinnlichen Eindruck, eine neue Empfindung jenes leuchtenden Punktes, und es ergiebt sich uns auf solche Weise eine Reihe von Empfindungen A_1, A_2 ...., die zeitlich aufeinanderfolgen, und von denen jede alle Vorgänger verdeckt. An die Stelle der Zeitprojektionen eines Raumpunktes treten demnach die Erinnerungsempfindungen, die der leuchtende Punkt in unserem Bewußtsein veranlaßt. Die letzte dieser

Empfindungen verdeckt immer alle ihre Vorgänger, und dieses Verdecken ist ein unabwendbares, wenn wir nur nicht unsere Aufmerksamkeit von dem besagten Punkte ablenken. Wir drücken die Thatsache des Verdeckens auch so aus, daß die einzelnen Empfindungen A_0, A_1, A_2 .... alle in eine einzige Gesamtempfindung des leuchtenden Punktes zusammenfließen. Gewöhnlich besinnen wir uns gar nicht darauf, daß die Empfindung des leuchtenden Punktes aus einer ganzen zeitlichen Reihe von Empfindungen entstanden ist; würden wir aber an den Begriff des fließenden Raumes gewöhnt sein, so wäre uns sofort klar, daß wir in der Wahrnehmung jenes ruhenden leuchtenden Punktes eine kontinuierliche zeitliche Reihe von einzelnen Empfindungen zusammenfassen.

Das Verdecken oder Zusammenfließen der einzelnen Empfindungen A_0, A_1, A_2 ... ist nur ein anderer Ausdruck für die Unmöglichkeit, dieselben in der unmittelbaren Wahrnehmung voneinander zu sondern. Gerade in dieser Unmöglichkeit liegt aber der Antrieb, die Empfindungen A_0, A_1, A_2 ... in eine Gesamtempfindung, die ich kurz A nennen will, zusammenzufassen. Das Zusammenfließen der zeitlichen Empfindungsreihe in eine Empfindung liefert erst die Möglichkeit, den leuchtenden Punkt mit sich selbst zu identifizieren. Wir erkennen den leuchtenden Punkt A als diesen selben leuchtenden Punkt erst dadurch, daß die Reihe der Erinnerungsempfindungen, die er veranlaßt, in eine Empfindung zusammenfließt oder, was dasselbe besagen will, daß wir die Reihe seiner Zeitprojektionen A_0, A_1, A_2 ... in einen Raumpunkt A zusammenfassen. Das Zusammenfassen einer Mannigfaltigkeit in eine Einheit ist aber als Denkfunktion betrachtet nichts anderes als ein Urteil. In dem Zusammenfließen der Zeitprojektionen A_0, A_1, A_2 ... zu einem Raumpunkt A liegt also für unser Denken die Anregung zur Bildung eines Urteils, und zwar jenes Urteils, durch das wir den Punkt A

mit sich selbst identifizieren. Ohne das Verdecken oder Zusammenfließen jener Zeitprojektionen könnte ein solches Identifikationsurteil gar nicht zu stande kommen, wir könnten den Punkt A nicht als diesen Punkt A erkennen. Das psychische Phänomen des Verdeckens oder Zusammenfließens ist also ein Grundphänomen unseres Bewußtseins, denn erst dieses ermöglicht es, daß wir die punktuelle Erscheinung A mit sich selbst identifizieren. Das Identifikationsurteil, vermittels dessen wir eine punktuelle Erscheinung als eben diese Erscheinung erkennen, nenne ich ein einfaches und sage wohl auch, daß es ein Identifikationsurteil von einer Dimension sei, da die zeitliche Mannigfaltigkeit von Empfindungen, die in ihm zusammengefaßt werden, in die eine Dimension der Zeit fällt.

Das psychische Phänomen des Verdeckens oder Zusammenfließens kann auch als Association aufgefaßt werden. Das Zusammenfließen der Zeitprojektionen A_0, A_1, A_2 ... ist eben nichts anderes als eine Association dieser einzelnen Empfindungen; sie ist aber allerdings eine elementare, naturnotwendige Association, der wir in der unmittelbaren Wahrnehmung nicht ausweichen können, denn insolange wir unsere Aufmerksamkeit auf den leuchtenden Punkt A richten, werden sich auch die zeitlichen Einzelempfindungen, die er veranlaßt, verdecken, sie werden notwendigerweise in den einzigen Eindruck A zusammenfließen, oder wenn es beliebt, sich zu diesem einzigen Eindruck A associieren, vereinigen.

VI. Die Dreizahl der Raumdimensionen.

§ 15. Beziehung zwischen Zeit- und Raumdimensionen.

Indem wir die Zeitdimension veräußerlichen oder objektivieren, gelangen wir zu dem Begriffe einer Raumdimension.

Dieses Objektivieren geschieht aber dadurch, daß wir die zeitliche Mannigfaltigkeit A_0, A_1, $A_2 \ldots$, die in den einen Raumpunkt A zusammenfließt, als eine gleichzeitige Mannigfaltigkeit auffassen. Eine Raumdimension wird also jedenfalls durch eine gerade Linie dargestellt werden müssen, denn diese und nur diese liefert eine solche Mannigfaltigkeit von Punkten, die anschaulich in einen einzigen Raumpunkt zusammengefaßt werden können. Wir können, wie schon erwähnt, einer jeden Geraden gegenüber unser Auge so einstellen, daß ein Punkt derselben alle anderen verdeckt, wohingegen die Punkte einer Kurve nie zu solcher Deckung gebracht werden können. Das psychische Phänomen der Verdeckung ist aber das entscheidende Moment bei der Bildung des Dimensionsbegriffes.

Die Verdeckung aller Punkte des Zeitstrahls durch einen Punkt, sowie die Verdeckung aller Punkte des Raumstrahls durch einen Punkt, ist im Grunde ein und dasselbe psychische Phänomen. Nur ist diese Verdeckung einmal eine innerliche, subjektive; das andere Mal eine äußerliche, objektive. Indem wir also die Verdeckung im Zeitstrahl veräußerlichen, wird er zum Raumstrahl; die Zeitdimension wird zur Raumdimension. Umgekehrt, erhalten wir durch die Verinnerlichung (Subjektivierung) der Raumdimension die Zeitdimension.

Allerdings besteht zwischen dem Zeitstrahl und dem Raumstrahl der bedeutsame Unterschied, daß, während die Punkte des ersteren sich in der wirklichen Wahrnehmung notwendig verdecken, die der letzteren nicht notwendig zur Deckung gebracht werden müssen. Wir können ja einen Raumstrahl so anschauen, daß er sich unserem Blicke seiner Länge nach entfaltet, daß also seine Punkte nicht zur Verdeckung gelangen. Aber dies ist es eben, was uns die Veranlassung giebt, von einer Mehrheit der Raumdimensionen

zu sprechen. Indem wir unseren Blick in einer bestimmten Richtung fixieren, werden die Punkte dieser Fixierlinie sich in der Anschauung verdecken, während die übrigen Geraden des Raumes auch ihre Länge vor uns entfalten. Jede Gerade kann zur Fixierlinie dienen, jede kann demnach als Repräsentantin einer Dimension betrachtet werden; da sich aber noch eine Mannigfaltigkeit von unendlich vielen Raumstrahlen der Anschauung darbietet, so werden wir zu dem Begriff einer Mehrheit von Dimensionen hingeleitet. Um diesen Begriff klar zu entwickeln, ist es jedoch nötig, den Begriff *einer* Raumdimension einer näheren Betrachtung zu unterwerfen.

§ 16. Das Bewußtsein in einer Dimension.

Nehmen wir an, daß unser Bewußtsein auf das Wahrnehmen bloß einer einzigen Raumdimension beschränkt wäre, oder besser — um der Phantasie zu Hülfe zu kommen — konstruieren wir den Begriff eines Wesens, das in seiner sinnlichen Wahrnehmung bloß über eine einzige Raumdimension verfügt, ein Wesen also, dem bloß ein einziger Raumstrahl, der ihm zur Fixierlinie dient, zu Gebote steht. Für ein solches Wesen müssen alle Punkte dieser Fixierlinie durch einen einzigen Punkt derselben verdeckt werden, es wird die ganze Länge des Strahls bloß als einen Punkt auffassen müssen. Denken wir uns den Strahl leuchtend, so gewinnt jenes Wesen von dem leuchtenden Strahl bloß den Eindruck eines leuchtenden Punktes; überhaupt fließt ihm alles Empfinden in eine Punktempfindung, alle Erscheinung in eine Punkterscheinung zusammen. Seine ganze Welt ist ein Punkt. Da es ein solches Wesen gar nicht zum Unterscheiden von verschiedenen Eindrücken zu bringen vermag, so werden wir ihm mit vollem Rechte ein Bewußtsein absprechen dürfen. Trotzdem ist es zweckmäßig, diese Betrach-

tung so fortzuführen, als ob jenes Wesen ein Bewußtsein hätte. Wir halten zwar daran fest, daß ein Bewußtsein in bloß einer Dimension unmöglich ist, betrachten jedoch diesen Fall als einen Grenzfall unseres Bewußtseins von mehreren Dimensionen. Und indem wir auch diesen Grenzfall in der Rede als eine Art von elementarem Bewußtsein auffassen, wollen wir mit dieser Redewendung bloß der Phantasie einen Vorschub leisten.

Dies zugegeben, werden wir also sagen können, daß jenes Wesen bloß die Zeitprojektionen einer Empfindung in eine punktuelle Erscheinung des Raumes zusammenfassen könne. Es hat bloß die Fähigkeit der Empfindung, und es vermag bloß eine Empfindung zu fassen, die ihm aus den Zeitprojektionen dieser Empfindung zusammenfließt. Kurz, wir erhalten den Satz, daß das Bewußtsein in einer Dimension ein bloß empfindendes Bewußtsein ist. Dieser Satz hat nun allerdings keine Geltung für jenes hypothetische Wesen, er hat aber eine desto größere Bedeutung für uns, die wir über ein mehrdimensionales Bewußtsein verfügen. Wir werden nämlich sagen können, daß unser Bewußtsein, insofern wir es auf eine Dimension beschränkt denken, ein bloß empfindendes ist, und wir erhalten für die psychische Thätigkeit des Empfindens folgende Definition: Empfinden ist die Thätigkeit unseres Bewußtseins, insofern wir diese Thätigkeit bloß auf eine Dimension beschränkt denken, oder kürzer: Empfindung ist das Bewußtsein in einer Dimension.

Nun gewinnt auch der Satz, daß ein Bewußtsein in bloß einer Dimension unmöglich ist, den wir für jenes hypothetische Wesen feststellten, auch für unser mehrdimensionales Bewußtsein eine bestimmte Bedeutung. Wir vermögen nämlich nicht unser Bewußtsein in exakter Weise auf eine Dimension zu restringieren, d. h. es ist uns unmöglich, einen mathematischen Punkt oder richtiger eine mathematisch

punktuelle, ausdehnungslose Erscheinung sinnlich zu fassen. Trotzdem sprechen wir von mathematischen Punkten und mathematischen Linien als den Grenzen unserer sinnlichen Wahrnehmung, und ich muss hinzufügen, obgleich ich mich auf den erkenntnistheoretischen Beweis hier nicht einlassen kann, daß jene Redeweise aus einer fundamentalen Denknotwendigkeit entspringt, und deshalb völlig berechtigt ist. Ist es also auch eine Unmöglichkeit, eine mathematisch punktuelle Empfindung in der sinnlichen Wahrnehmung zu isolieren, so werden wir doch berechtigt sein, von ihr als von der letzten Grenze unserer wirklichen Empfindungen zu sprechen. In diesem Sinne werden wir also die Definition der Empfindung als eines Bewußtseins in einer Dimension aufrecht erhalten können.

Die logische Denkfunktion, die diesem Bewußtsein in einer Dimension entspricht, ist jene Art des Urteils, die ich oben als einfaches Identifikationsurteil bezeichnete, und vermittels dessen wir einen sinnlichen Punkt mit sich selbst identifizieren. Ein Wesen von bloß eindimensionalem Bewußtsein könnte — wenn es überhaupt es zu einem Bewußtsein brächte — bloß ein einziges Identifikationsurteil fällen. Es könnte, wenn es sprachbegabt wäre, bloß einen einzigen Satz bilden, der den ganzen Inhalt seines Bewußtseins erschöpfen würde. Dieser Satz aber könnte nichts anderes als die Identifikation eines sinnlichen Punktes A mit sich selbst enthalten. Mit der Formel $A \equiv A$, die der Ausdruck des einfachen Identifikationsurteils ist, wäre das eindimensionale Bewußtsein in logischer Hinsicht völlig charakterisiert.

Nun ist aber das eindimensionale Bewußtsein nur als Grenze unseres mehrdimensionalen aufzufassen. Wir werden also zu dem Satz gelangen, daß es unmöglich ist, ein einfaches Identifikationsurteil für sich selbst zu fällen. Wir vermögen nicht einen sinnlichen Punkt mit

sich selbst zu identifizieren, ohne daß wir noch ein zweites, von dem vorigen verschiedenes Identifikationsurteil $B \equiv B$ fällen; denn es ist nicht möglich, ein A als dieses zu erkennen, wenn wir es nicht von einem B unterscheiden. Nun erwächst uns die bedeutsame Frage, ob zwei verschiedene Identifikationsurteile genügen würden, um ein Wesen denkfähig zu machen, d. h. ihm den Besitz eines Bewußtseins zu sichern? Diese Frage drängt uns zu der Untersuchung eines zweidimensionalen Bewußtseins.

§ 17. Das Bewußtsein in zwei Dimensionen.

Eine räumliche Mannigfaltigkeit von zwei Dimensionen stellen wir gewöhnlich durch die Gesamtheit der Punkte einer Ebene dar. Wir vermögen nämlich unser Auge einer Kante der Ebene gegenüber so einzustellen, daß diese Kante die ganze Ebene verdeckt. Die Ebene reduziert sich in diesem Anblick auf eine einzige Gerade K, also auf eine Punktmannigfaltigkeit von bloß einer Dimension, und wir sagen wohl auch, daß in diesem Anblick eine Dimension der Ebene verloren gegangen sei. Es gilt nun diesen Ausdruck zu rechtfertigen, d. h. nachzuweisen, daß in jenem Anblick wirklich eine und nur eine Dimension der Ebene in Verlust geraten sei, denn erst durch einen solchen Nachweis wird die Ebene für eine Punktmannigfaltigkeit von zwei Dimensionen erklärt werden können.

Zu diesem Zwecke richten wir unser Augenmerk auf die Gesamtheit von Normalen zur Kante K, die in der angenommenen Ebene liegen. Bezeichnen wir eine solche Normale mit N, so werden sämtliche Punkte dieser Normale durch einen Punkt derselben verdeckt, sobald wir nur das Auge so einstellen, daß die Kante K die ganze Ebene verdeckt. Alle Punkte der Normale N verschwinden dann in

einen einzigen Punkt, und zwar in den Schnittpunkt von K und N. Ähnliches gilt von allen übrigen Normalen zur Kante K. Jeder Normale entspricht ein einziger Verschwindungspunkt auf der Kante, welcher durch den Schnittpunkt dieser Normale mit der Kante dargestellt ist. Die Gesamtheit der Normalen enthält aber sämtliche Punkte der Ebene, so daß das Verdecktwerden aller Punkte der Ebene durch die Kante gleichwertig ist mit dem Verschwinden aller Normalen. Das Verschwinden einer einzigen Geraden N hat aber zur Folge, daß das ganze System derselben verschwindet, und wir können daher das Verschwinden sämtlicher Punkte der Ebene in die Kante K dadurch charakterisieren, daß eine einzige Normale N verschwindet, d. h. ihre Dimension verliert. Wir haben auf solche Weise die in Verlust geratene Dimension der Ebene in der Dimension einer Normale aufgefunden, und dürfen nunmehr mit vollem Rechte die Ebene als ein Punktgebilde von zwei Dimensionen auffassen, von denen die eine durch die Kante K, die andere durch die Normale N dargestellt wird. Zu bemerken ist, daß wir zur Kante K einen beliebigen Strahl der Ebene wählen können, und dann wird sie die eine, ihre Normale aber die andere Dimension der Ebene repräsentieren.

Dies vorausgeschickt, können wir zur Diskussion unserer Frage übergehen und den Begriff eines Wesens konstruieren, dem bloß zwei Raumdimensionen zur Verfügung stehen. Für ein solches Wesen wird stets eine Kante K die ganze Ebene verdecken, so daß es bloß zur Anschauung einer einzigen Geraden gelangen kann. Denn wohl vermag es z. B. durch die Drehung um die eigene Achse zu immer neuen Kanten überzugehen, doch stellt sich ihm in einem Anblick die ganze Ebene bloß als eine Gerade dar, ganz so wie das hypothetische Wesen, das in eine einzige Dimension gebannt war, von der ganzen Geraden bloß einen Punkt auffassen

konnte. Das zweidimensionale Bewußtsein vermag also nur eine eindimensionale Mannigfaltigkeit von sinnlichen Punkten zu erfassen, und dies stellt sich ihm als sinnliche Anschauung einer Geraden dar.

Nun sollte man meinen, daß ein solches Wesen wirklich ein Bewußtsein, und zwar ein anschauendes Bewußtsein haben könne; dies ist jedoch, wie die genauere Betrachtung zeigt, durchaus nicht der Fall. Jenes Wesen vermag es nämlich nicht zu der Anschauung der ihm gegebenen Geraden zu bringen, weil es unfähig ist, die Punkte der Geraden in eine Anschauung zusammenzufassen. Zum Zusammenfassen dieser Punkte wäre es nämlich nötig, daß ihm die Gerade nicht nur in ihrer Entfaltung gegeben sei, sondern daß es sich auch so der Geraden gegenüber anstellen könne, daß sämtliche Punkte derselben durch einen einzigen verdeckt werden. Wir selbst vermögen nur dadurch eine Punktreihe in die Anschauung einer Geraden zusammenzufassen, daß uns diese Punktreihe einmal in ihrer Entfaltung, das andere Mal aber als Fixierlinie, also in einen Punkt verschwindend, gegeben ist. Überhaupt kann eine räumliche Anschauung nur dadurch zu stande kommen, daß uns Mannigfaltigkeiten von Punkten zuweilen in einen Punkt zusammenfließen, weil nur das Phänomen des Zusammenfließens oder Deckens die zusammenfassende Thätigkeit unseres Anschauungsvermögens erweckt. Da nun jenem hypothetischen Wesen nirgends ein Verdecken eines Punktes durch den anderen gegeben ist, wird es auch nie einen Anlass zu einer Thätigkeit des Zusammenfassens finden, und so auch zu keiner Anschauung der Geraden gelangen können. Vielmehr wird ihm die Gerade in eine Vielheit von Punkten zerfallen, die es durchaus nicht zu einer Beziehung miteinander bringt. Es ist ihm zwar eine Reihe von Empfindungspunkten gegeben, doch mangelt ihm die Fähigkeit, sie als eine Reihe

aufzufassen, und es kann demnach ebenso wenig zu einem Bewußtsein gelangen, wie das eindimensionale Wesen, dem nur eine einzige Punktempfindung zur Verfügung steht. Der ganze Vorteil des zweidimensionalen Wesens im Vergleich zu dem eindimensionalen würde nur dann zur Geltung gelangen, wenn es eine Punktempfindung mit der anderen in Verbindung brächte, aber gerade dieser Vorteil geht ihm ab, und so befindet es sich in derselben Lage wie das eindimensionale Wesen. Allerdings könnte es einen Empfindungspunkt nach dem anderen auffassen, doch kann ihm dies zu nichts nützen, da eine jede dieser Empfindungen völlig außer Beziehung zu der anderen besteht. Das Bewußtsein dieses zweidimensionalen Wesens ist also eine bloße Wiederholung des eindimensionalen Bewußtseins, d. h. eine wiederholte Bewußtlosigkeit.

Trotzdem ist es zweckmäßig, von einem zweidimensionalen Bewußtsein zu sprechen, weil wir dasselbe als einen Grenzfall unseres Bewußtseins auffassen können. Die Unmöglichkeit eines zweidimensionalen Bewußtseins besagt für das unsrige zunächst, daß wir unfähig sind, eine mathematische Linienerscheinung sinnlich zu fassen. Indem wir aber die mathematische Linie bloß als Gedankengrenze auffassen, werden wir das Bewußtsein in zwei Dimensionen ein anschauendes oder vorstellendes Bewußtsein nennen und die Vorstellung definieren können als die Bethätigung des Bewußtseins in zwei Dimensionen.

Wir sehen ferner, daß zwei verschiedene einfache Identifikationsurteile $A \equiv A$, $B \equiv B$ nicht genügen, den Besitz eines Bewußtseins zu sichern, da die beiden, wenn auch einzeln gefällt, doch nicht in Verbindung miteinander gebracht sind. Und so erwächst uns die neue Frage, ob ein drittes Identifikationsurteil, $C \equiv C$, durch welches die beiden vorigen Urteile in Beziehung gesetzt würden, die Denkfähigkeit eines

Wesens begründen könnte. Dies führt aber zur Untersuchung eines Bewußtseins von drei Dimensionen.

§ 18. Das Bewußtsein in drei Dimensionen.

Eine eingehende Charakteristik des dreidimensionalen Bewußtseins könnte nur durch eine allgemeine Bewußtseinslehre geliefert werden, und dies würde so ziemlich auf die Entwickelung eines philosophischen Systemes herauskommen. Da nun das tierische Bewußtsein im allgemeinen ein dreidimensionales ist, so müßte unter anderem auch jenes Moment betont werden, durch welches sich das dreidimensionale tierische Bewußtsein zu einem spezifisch menschlichen potenziert, was schon für sich eingehende physiologische und psychologische Untersuchungen erfordern würde. Man kann also hier nur eine Andeutung der Rolle von einer dritten Dimension für das Bewußtsein erwarten.

Wir kehren zu diesem Zwecke zu dem Wesen in zwei Dimensionen zurück, dessen Bewußtsein auf eine Ebene beschränkt ist, die ihm in eine Kante K verschwindet. Dreht sich dieses Wesen um 90° von der Kante ab, so erscheint ihm die Normale N ihrer ganzen Länge nach, wohingegen K in einen Punkt verschwindet. Ein Zurückdrehen um 90° hat zur Folge, daß N verschwindet und K wieder erscheint. Dieses Wesen kann es also nie dahin bringen, daß ihm beide Dimensionen K und N zugleich erscheinen. Während ihm eine Dimension K gegeben ist, verschwindet ihm die andere N in einen Punkt, ganz so als ob sie eine bloß subjektive oder Zeitdimension wäre.

Ähnlich verhält es sich mit dem eindimensionalen Wesen, dem zwar eine Dimension gegeben ist, dem aber dieselbe in einen Punkt verschwindet, ganz so als ob sie eine bloß subjektive oder Zeitdimension wäre. Damit es diese eine Dimension wirklich übersehen könne, kurz damit sich ihm diese Dimension objektiviere, muß ihm eine zweite Dimension zur Verfügung gestellt werden, aus der es die erste überblickt. Nun wird ihm aber diese zweite Dimension zu einer bloß subjektiven, die es nicht gleichzeitig mit der objektiven Dimension überblicken kann. Der Fortschritt in der Zahl der Dimensionen geschieht also dadurch, daß immer eine subjektive Dimension objektiviert wird.

Wenn das zweidimensionale Wesen, dem, wie gesagt, eine der beiden Dimensionen stets bloß subjektiv bleibt, nunmehr beide Dimensionen K und N zugleich übersehen soll, so muß es die subjektive Dimension objektivieren, d. h. zu einer dritten Dimension fortschreiten, aus der es die beiden Dimensionen K und N objektiv auffassen kann. Bezeichnen wir diese dritte Dimension mit T, so entsteht die gewichtige Frage, wieso das dreidimensionale Wesen von dieser dritten Dimension T Kenntnis nimmt, da ja diese dritte ihm als eine subjektive gegeben ist, aus der es die beiden anderen als objektive aufzufassen vermag.

Diese Frage ist aber die aus der Physiologie und Psychologie wohlbekannte Frage nach der Tiefenwahrnehmung, da ja das Bild auf der Netzhaut ein bloß zweidimensionales ist. Man löst dieses Problem in genügender Weise durch die Bewegungsempfindungen und durch das binokulare Sehen, so daß ich mich hier nicht auf dasselbe einzulassen brauche. Wir können uns hier mit der Thatsache begnügen, daß die Tiere, ebenso wie der Mensch, aus einer subjektiven Dimension ausgehend, die beiden anderen Dimensionen zu objektivieren vermögen und kraft ihrer Organisation dazu befähigt sind, durch Fortbewegung und Drehung des Körpers die subjektive Dimension so mit einer objektiven zu vertauschen, daß sie schließlich alle drei Dimensionen als objektive aufzufassen vermögen.

Der Unterschied zwischen Tier und Mensch besteht aber darin, dass das Tier während der dreifachen Objektivierung der einen subjektiven Dimension es nicht dahin zu bringen vermag, diese subjektive Dimension in einen Gegensatz zu der objektiven zu bringen; es gelangt nicht zu dem Gegensatze von Subjekt und Objekt. Wohingegen der Mensch die Zeitdimension deutlich den Raumdimensionen, in denen sie sich objektiviert, gegenüberstellt, was übrigens erst dadurch geleistet werden kann, daß der zeitliche Verlauf unserer Gedanken in sprachlichen Sätzen objektiviert wird. Dies aber des näheren auszuführen muß ich mir für eine andere Gelegenheit vorbehalten.

Ich werde das dreidimensionale Bewußtsein — ob es nun ein tierisches oder menschliches sei — da es in letzter Instanz erst durch die Bewegungsfähigkeit des tierischen Organismus ermöglicht wird, ein Bewegungs- oder Willensbewußtsein nennen, und den Willen definieren als die Bethätigung unseres Bewußtseins nach allen drei Dimensionen des Raumes. Die drei psychischen Grundfähigkeiten: Empfindung, Vorstellung und Wille hängen somit in engster Weise mit der Dreidimensionalität unserer Welt zusammen. Ja, wir können sagen, daß die Dreizahl der Raumdimensionen und die Dreizahl der psychischen Grundfähigkeiten, als der Ausdruck ein und derselben Thatsache, einmal in geometrischem, das andere Mal in psychologischem Gewande, zu betrachten sind. Wir erblicken die Welt in drei Dimensionen, weil wir drei psychische Grundfähigkeiten besitzen, und umgekehrt, wir haben drei psychische Grundfähigkeiten, weil wir die Welt als dreidimensional auffassen.

Wir haben ferner gesehen, daß zwei isolierte einfache Identifikationsurteile nicht genügen, die Denkfähigkeit eines Wesens zu begründen, und können nunmehr hinzufügen, daß es zu mindest eines Identifikationsurteils der dritten Dimension

bedarf, um jene zwei ersteren auseinander zu halten und miteinander zu verbinden und so ein denkendes Bewußtsein zu ermöglichen. Wir können diese fundamentale Thatsache der Logik durch die folgende Figur veranschaulichen:

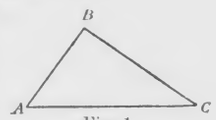


Fig. 1.

Repräsentiert hier die Seite AB die Dimension eines einfachen Identifikationsurteils, die Seite BC aber die eines zweiten solchen Urteils, so werden wir, solange unser Bewußtsein in die Ebene des obigen Dreiecks ABC gebannt ist, diese zwei Urteile nicht voneinander zu unterscheiden vermögen, da ja die ganze Ebene uns stets nur als eine Kante gegeben ist. Erheben wir uns aber in die dritte Dimension, so wird uns mit den Seiten AB und BC zugleich auch die Seite CA gegeben sein, und wir werden vermittels dieser letzteren die zwei ersteren miteinander verbinden und voneinander unterscheiden können. Das Dreieck ABC symbolisiert uns also das Schlußverfahren des Denkens. Die Urteile in den zwei Dimensionen AB und BC repräsentieren die Vordersätze, und indem wir uns in die dritte Dimension erheben, vermögen wir beide Vordersätze auf einmal zu fassen und voneinander zu sondern, was zu der Bildung des Urteils CA als dem Folgesatz aus den beiden Vordersätzen führt.

Die Dreizahl der Sätze im Schlußverfahren und die Dreizahl der Raumdimensionen ist also im Grunde genommen ein und dieselbe Thatsache, nur daß wir sie einmal für unser Denken, das andere Mal für unsere Sinnlichkeit zum Ausdruck bringen. Wir können dies auch so formulieren: Weil wir ein schließendes Denken besitzen, objektiviert sich uns die Welt in drei Dimensionen, oder umgekehrt, weil sich uns die Welt in drei Dimensionen objektiviert, besitzen wir ein schließendes Denken.

Diese Sätze bilden die Grundlage zu einem neuen Aufbau der Psychologie und Logik. Hier will ich nur noch erwähnen, daß aus den obigen Ausführungen sich in deutlicher Weise die Unmöglichkeit einer vierdimensionalen Raumvorstellung ergiebt. Das Fortschreiten zu einer vierten Raumdimension wäre nur möglich, wenn wir nunmehr die Zeitdimension selbst objektivieren würden, d. h. das thatsächlich in der Zeit aufeinander folgende Geschehen als ein gleichzeitiges, kurz die Vergangenheit und Zukunft samt der Gegenwart als ein »nunc stans« auf einmal sinnlich unmittelbar wahrnehmen könnten. Es wäre dies eben ein zeitloses Auffassen der Welt, weil ja die Zeitdimension selbst objektiviert, d. h. zur Raumdimension würde. Es wäre aber im Grunde genommen auch ein raumloses Auffassen der Welt, da alle Punkte dieses vierdimensionalen Raumes uns gleichzeitig gegeben wären, und es keine Zeitdauer in Anspruch nehmen dürfte, diese vierdimensionale Welt in allen ihren Teilen zu überblicken. Die vierdimensionale Raumvorstellung würde sonach eigentlich die völlige Aufhebung der Raumzeitlichkeit der Welt bedeuten.

Der Mathematiker vermag allerdings den Begriff von Mannigfaltigkeiten von beliebig vielen Dimensionen zu konstruieren. Dies liegt darin, daß uns in unserem Denken freisteht, was wir als Element einer Mannigfaltigkeit wählen. Betrachte ich z. B. nicht den Punkt, sondern die Gerade als das Raumelement, so wird sich der Raum in Beziehung auf dieses Element als ein vierdimensionaler manifestieren, da die Lage einer Raumgeraden analytisch durch vier Konstanten bestimmt ist. Überhaupt werden wir bei einer Naturerscheinung alle Umstände, von denen wir diese Erscheinung als abhängig erkennen, die Elemente jener Erscheinung nennen dürfen, und diese Erscheinung als eine Mannigfaltigkeit von so viel Dimensionen mathematisch darstellen, von wie viel

Umständen oder Elementen (unabhängigen Variabeln) wir sie abhängig finden. Je weiter aber die Naturwissenschaft fortschreitet, desto besser muß es gelingen, jene empirischen Umstände oder Elemente auf die Urbestandteile unserer sinnlichen Wahrnehmung zurückzuführen, und desto weniger Bedeutung können die Begriffskonstruktionen von Mannigfaltigkeiten, welche die dritte Dimension übersteigen, in Anspruch nehmen.

VII. Ruhe und Bewegung im fließenden Raume.

§ 19. Die gleichförmige Bewegung im fließenden Raume.

Ich nenne die Begriffskonstruktionen dieser Abhandlung metageometrisch, weil sich mir dieselben aus einer Vereinigung von metaphysischen Betrachtungen mit den Begriffen der projektiven Geometrie ergeben haben. Durch die folgenden Überlegungen, die ich wohl als metadynamische bezeichnen darf, suche ich mir den Weg zum zweiten Teile dieser Arbeit anzubahnen.

Ich betrachte hier bloß die Bewegung eines sinnlichen Punktes längs einer geraden Linie. Es werde also in dem Jetztraume R_0 ein Raumstrahl angenommen, dessen einzelne gleichweit entfernte Punkte ich mit A_0, B_0, C_0, D_0 etc. bezeichne.

Schreite ich zu den Räumen R_1, R_2, R_3 fort, die den Zeitpunkten t_1, t_2, t_3 etc. entsprechen, und durch welche Zeiträume von gleicher Dauer bezeichnet sein sollen, so erhalte ich die Zeitprojektionen eines jeden der angenommenen Punkte, und zwar sind die Zeitprojektionen von A_0 der Zeitfolge nach A_1, A_2, A_3 etc., die von B_0 aber B_1, B_2, B_3 und so fort. Es ergeben sich demnach für die angenommene Gerade

$(A_0B_0C_0D_0)$ in jedem der folgenden Räume Zeitprojektionen wie $(A_1B_1C_1D_1)$, $(A_2B_2C_2D_2)$ etc. Die Zeitprojektionen einer Geraden müssen also ebenfalls als Gerade, und zwar als ein paralleles System von Geraden dargestellt werden, weil die

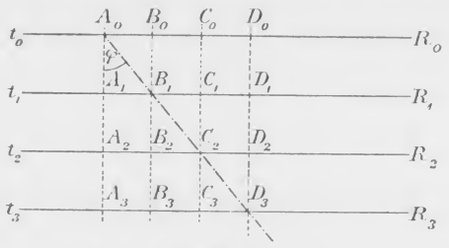


Fig. 2.

Zeitdauer $t_1 - t_0$ für alle Raumpunkte dieselbe Größe bedeutet. Wir sind nämlich gezwungen, die Zeit in jedem Punkte des Raumes als gleichförmig fließend, und ihre Geschwindigkeit für alle Raumpunkte als dieselbe zu betrachten. Dies liegt in der Natur unseres Bewußtseins begründet, und wir pflegen überhaupt von einer Geschwindigkeit der Zeit gar nicht zu sprechen, weil wir eben die Zeitgeschwindigkeit in jedem ihrer Punkte und an allen Punkten des Raumes als eine und dieselbe auffassen. Es verhält sich hiermit ebenso wie mit dem Richtungsbegriffe der Zeit, den wir allemal übergehen, weil wir die Zeit in allen ihren Teilen und an allen Punkten des Raumes als mit derselben Richtung behaftet denken müssen.

Verlege ich nunmehr in den Punkt A_0 eine sinnliche Erscheinung oder, wenn es beliebt, einen materiellen Punkt, so wird er, falls derselbe als ruhend angenommen wird, im Verlaufe der Zeit in A_1, A_2, A_2 . . . erscheinen, er wird sich in dem als fließend vorgestelltem Raume fortbewegen. Die Ruhe erscheint also im fließenden Raume als eine gleichförmige Bewegung längs des Zeitstrahles. Bewegt sich aber der materielle Punkt längs der angenommenen Raumgeraden, so gerät er mit dieser selbst im Verlaufe der Zeit in die folgenden Räume R_1, R_2, R_3 . . . . etc. Nehmen wir an, daß der materielle Punkt in den Intervallen von t_0, t_1, t_2 . . . die gleichen Strecken zwischen A_0, B_0, C_0 . . . zurücklegen würde, sich also in gleichmäßiger Bewegung befände, so muß er im Verlaufe des ersten Zeitintervalles statt in B_0 in B_1, nach dem zweiten Zeitintervall statt in C_0 in C_2 erscheinen und so fort. Er durchquert die Räume längs der Diagonale $(A_0B_1C_2D_3)$.

In der wirklichen Wahrnehmung aber ist diese Diagonale durch ihre Projektion auf der angenommenen Raumgeraden ersetzt. Was wir also in dem stehend gedachten Raume als den durch den materiellen Punkt zurückgelegten Weg betrachten, ist nur der scheinbare Weg, den der Punkt beschreibt; der wirkliche Weg aber ergiebt sich durch Konstruktion des rechtwinkeligen Parallelogrammes aus dem scheinbaren Wege und aus der verflossenen Zeit. Die Diagonale dieses Parallelogrammes stellt dann den wirklichen Weg des Punktes dar. Man kann den scheinbaren Weg auch als die objektive Komponente, die verflossene Zeit als die subjektive Komponente des wirklichen Weges bezeichnen.

Hier zeigt sich also, daß das Gesetz des Parallelogrammes, welches in der Dynamik eine so grundlegende Rolle spielt, nicht erst bei der Zusammensetzung von zwei oder mehreren Bewegungen, sondern schon bei der Betrachtung einer einfachsten gleichförmigen Bewegung in Anwendung kommt. Dies mußte sich daraus ergeben, daß wir schon die Ruhe als eine gleichförmige Bewegung, und zwar als eine Bewegung in der subjektiven Dimension der Zeit auffaßten Wir setzten also diese subjektive Komponente mit der

objektiven Komponente, die durch den scheinbaren Weg gegeben ist, durch das Parallelogramm zusammen, und erhielten so den wirklichen Weg, den der Punkt im fließenden Raume zurücklegt.

Dieser wirkliche Weg bildet mit dem Zeitstrahl einen Winkel φ, den ich den Zeitwinkel der gleichförmigen Bewegung nenne. Je größer dieser Zeitwinkel ist, mit desto größerer Geschwindigkeit bewegt sich der Punkt. Man mißt die Geschwindigkeit eines Punktes durch den Quotienten aus dem scheinbaren Weg und aus der verflossenen Zeit $c = \frac{s}{t}$. Dieser Quotient ist aber in unserer Darstellung die Tangente des Zeitwinkels: $c = \text{tang } \varphi$, welche Formel zeigt, auf welche Weise das Wachsen des Zeitwinkels mit dem Wachsen der Geschwindigkeit verbunden ist.

Ich werde die Richtung des wirklichen Weges als die Zeitachse der Bewegung bezeichnen, dann wird die Richtung des Zeitstrahls durch einen ruhenden Punkt die allgemeine Zeitachse genannt werden dürfen. Wenn sich also ein Punkt bewegt, dann bildet seine spezifische Zeitachse mit der allgemeinen Zeitachse einen Winkel, durch dessen Tangente die Geschwindigkeit des Punktes gemessen wird. Diese Ausdrucksweise ist dazu geeignet, den Unterschied zwischen Ruhe und Bewegung in ein helles Licht zu setzen. Wir sind in der wirklichen Wahrnehmung gezwungen, gewisse sinnliche Erscheinungen (Körper) als ruhend, andere hingegen im Vergleiche zu den ruhenden als bewegt aufzufassen. Nunmehr dürfen wir sagen, daß die ruhenden Erscheinungen die allgemeine Zeitachse unserer sinnlichen Wahrnehmung festlegen, während den bewegten Erscheinungen spezifische Zeitachsen zukommen, die von der allgemeinen abweichen, d. h. mit ihnen einen Winkel bilden, dessen Tangente das Maß der Bewegungsgeschwindigkeit liefert.

Wir können schließlich unserem Bewußtsein selbst eine Zeitachse zuschreiben, womit ich meine, daß jene sinnlichen Erscheinungen, die uns zwingen, sie als ruhend aufzufassen, die Zeitachse unseres Bewußtseins bestimmen. Wir werden also die Ruhe definieren können als das Zusammenfallen der Zeitachse unseres Bewußtseins mit der Zeitachse der Erscheinung selbst, wohingegen die Bewegung nichts anderes ist als ein Richtungsunterschied dieser Zeitachsen.

Ich muß es mir versagen, mich schon im Rahmen dieser Abhandlung mit den beschleunigten Bewegungen und mit den allgemeinen Prinzipien der Bewegungslehre in dem fließenden Raume zu befassen, weil rein mathematische Betrachtungen hier nicht gut am Platze wären. Zum Schlusse will ich nur bemerken, daß die Koordinaten eines Punktes im fließenden Raume sich durch

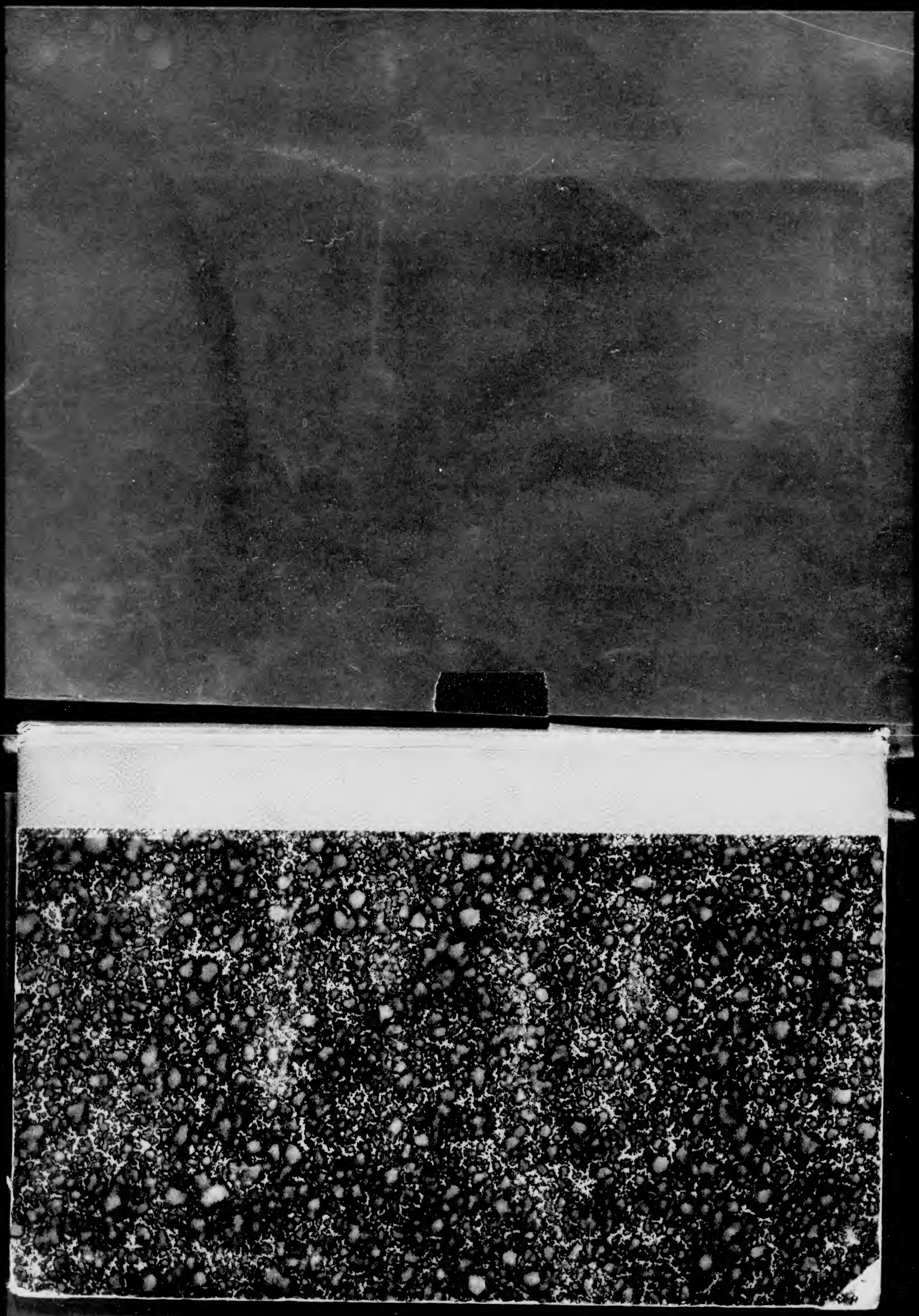
$$\left.\begin{matrix} x + it \\ y + it \\ z + it \end{matrix}\right\}$$

darstellen lassen, welche Ausdrücke dem Mathematiker zeigen, daß die Räume R_0, R_1, R_2 ... eindeutige kongruente Abbildungen voneinander sind. Ziehen wir aber bewegte Erscheinungen in Betrachtung, so hört die Kongruenz dieser Abbildungen auf, und es wird sich die mathematische Aufgabe ergeben, die Natur dieser Abbildungen für die verschiedenen Formen der Bewegung zu bestimmen.

§ 20. Ausblick.

In dieser Abhandlung war es mir daran gelegen, bloß ein neues Werkzeug für die philosophische Untersuchung der Natur und des menschlichen Bewußtseins zu liefern, nicht aber auch die Anwendungen dieses Werkzeuges in die verschiedensten Gebiete des menschlichen Wissens zu ver-

folgen. Die Begriffskonstruktion vom fließenden Raume, die im Grunde nur eine strenge Formulierung unserer raumzeitlichen Anschauung ist, muß sich notwendig fruchtbar in allen Gebieten der Naturwissenschaft erweisen; denn das strenge Achten auf die Einheit von Raum und Zeit, resp. auf die dualen Grundbeziehungen dieses Begriffspaares kann nur eine Vertiefung der Naturbetrachtung zur Folge haben. Ich verinnerliche sozusagen unsere Naturanschauung dadurch, daß ich die subjektive (ideale) Dimension der Zeit ganz offen in die Untersuchung der sinnlichen Erscheinungswelt hineintrage. Die Naturwissenschaft wird auf solche Weise durchgeistigt, sie wird zu einer objektivierten Psychologie und objektivierten Logik. Umgekehrt aber trage ich zugleich die sinnliche Naturanschauung in die Psychologie und Logik hinein, um die Begriffe derselben von ihrer Nebelhaftigkeit zu befreien. Der Begriff vom fließenden Raume soll sich dieser wechselseitigen Durchdringung von Natur- und Geisteswissenschaften, also einer einheitlichen Weltauffassung dienstbar machen. Ist ja die Annäherung einer einheitlichen Weltanschauung das erhabenste Ziel, das sich der menschliche Verstand zu stecken vermag.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

114 P17
Palágyi
der zeit
Neue theorie des raumes und
DEC Schl. DEC
COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
0021134707